

## ارتباط بین شاخص سختی اشمیت و سرعت موج فشاری با مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های ساختمانی کربناته

وحید امیرکیایی<sup>۱</sup>؛ ابراهیم قاسمی<sup>۲\*</sup>؛ لهراسب فرامرزی<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد، گرایش مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- دانشیار، گرایش استخراج، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- دانشیار، گرایش مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲

دریافت: ۱۳۹۹/۰۵

### چکیده

مقاومت فشاری تک‌محوری یکی از پارامترهای اساسی در انتخاب سنگ‌های ساختمانی می‌باشد که نقش قابل ملاحظه‌ای در پایداری آن‌ها دارد. تعیین مستقیم این پارامتر در آزمایشگاه مشکلاتی همچون آماده‌سازی نمونه مورد آزمایش بر اساس استاندارد، هزینه بالای آزمایش و همچنین وقت‌گیر بودن آن را شامل می‌شود. به منظور غلبه بر این مشکلات، امروزه توسعه مدل‌های غیرمستقیم که در آن‌ها مقاومت فشاری تک‌محوری بر اساس سایر خواص فیزیکی، مکانیکی و بافتی سنگ پیش‌بینی می‌شوند، رشد چشمگیری داشته است. در این مقاله، با بررسی ارتباط بین سرعت موج فشاری ( $V_p$ ) و شاخص سختی اشمیت (SHI) با مقاومت فشاری تک‌محوری، دو رابطه تجربی برای تخمین مقاومت فشاری سنگ‌های ساختمانی کربناته توسعه یافته است. روابط بر اساس یک پایگاه داده شامل اطلاعات ۶۳ نمونه از سنگ‌های ساختمانی کربناته (۴۳ نمونه تراورتن و ۲۰ نمونه مرمریت) و با استفاده از تحلیل‌های رگرسیونی خطی و غیرخطی در نرم افزار SPSS ساخته و عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. به منظور ارزیابی عملکرد دو رابطه شاخص‌های آماری شامل ضریب تعیین ( $R^2$ )، خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و واریانس خطا (VAF) برای هر یک از روابط به طور جداگانه محاسبه شدند. سپس با بررسی و مقایسه شاخص‌های ذکر شده مشخص گردید که هر دو رابطه خطی و غیرخطی، مدل‌های قابل اعتمادی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های ساختمانی کربناته می‌باشند که قادر هستند با دقت قابل قبولی مورد استفاده قرار گیرند.

مقاومت فشاری تک‌محوری، تحلیل رگرسیون چند متغیره، سنگ ساختمانی، سرعت موج فشاری، شاخص سختی اشمیت.

### واژگان کلیدی

### ۱- مقدمه

سنگ‌ها یک عامل تعیین کننده در انتخاب سنگ‌های ساختمانی در پروژه‌های عمرانی و ساختمانی می‌باشد. نحوه تعیین مقاومت فشاری تک‌محوری (UCS) سنگ‌ها توسط استانداردهای ASTM<sup>۱</sup> و ISRM<sup>۲</sup> شرح داده شده است [۱]. انجام این آزمایش علی‌رغم ظاهری ساده مستلزم آماده‌سازی دقیق نمونه، در اختیار داشتن دستگاه‌های با نرخ

سنگ یکی از پرکاربردترین و رایج‌ترین مصالح ساختمانی است که از گذشته تا کنون مورد استفاده قرار گرفته است. سنگ‌های ساختمانی از جمله مصالحی هستند که با توجه به گسترش روز افزون نیاز بشری به ساخت و ساز، مورد توجه خاصی قرار گرفته‌اند. مقاومت فشاری

<sup>2</sup> International Society for Rock Mechanics

<sup>1</sup> American Society for Testing and Materials

با استفاده از پارامترهای فیزیکی و مکانیکی سنگ‌ها به کمک تحلیل-های رگرسیون خطی و غیرخطی انجام شده است که نتایج برخی از این مطالعات در جدول ۱ ارائه شده است.

علاوه بر تکنیک‌های آماری، امروزه کاربرد روش‌های هوشمند و داده کاوی مانند شبکه عصبی مصنوعی، الگوریتم‌های فازی، ماشین بردار پشتیبان، درخت تصمیم و غیره به منظور توسعه مدل‌های پیش‌بینی کننده غیرمستقیم مقاومت فشاری تک‌محوری رشد چشمگیری داشته است. در این مدل‌های هوشمند خواص فیزیکی و مکانیکی سنگ به عنوان پارامترهای ورودی و مقاومت فشاری تک‌محوری به عنوان پارامتر خروجی در نظر گرفته شده است. طی سال‌های اخیر، مدل‌های هوشمند مختلفی توسط محققین برای پیش‌بینی مقاومت فشاری سنگ‌ها ارائه شده است که تعدادی از این مطالعات در جدول ۲ ارائه شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که مدل‌های هوشمند در مقایسه با مدل‌های آماری از کارایی بیشتری برخوردارند و با دقت بالاتری مقاومت فشاری را پیش‌بینی می‌کنند. اما ایراد اساسی وارد بر آن‌ها این است که اغلب مدل‌های هوشمند ماهیتی جعبه سیاه<sup>۵</sup> دارند. یعنی در آن‌ها ارتباط بین پارامترهای ورودی و خروجی به وضوح و با شفافیت بیان نشده است. این درحالی است که در مدل‌های آماری ارتباط بین پارامترهای ورودی و خروجی از طریق معادلات ریاضی به وضوح بیان می‌شود و کاربر به راحتی این ارتباط را درک می‌کند. از این رو استفاده از مدل‌های آماری برای کاربران و خوانندگان از قابلیت اطمینان بیشتری برخوردار می‌باشد. در این مقاله سعی بر آن شده است که با تکنیک‌های آماری مدل‌های تجربی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری ارائه شود. این مدل‌ها بر اساس پایگاه داده‌ای از سنگ‌های ساختمانی کربناته شامل ۴۳ نمونه تراورتن و ۲۰ نمونه مرمریت، از نقاط مختلف ایران، توسعه داده شده است. یکی از اهداف اصلی این مقاله استفاده از آزمایش‌های غیرمخرب برای توسعه مدل‌ها می‌باشد که باعث کاهش در هزینه‌ها، صرفه‌جویی در زمان و افزایش بهره‌وری می‌باشد. در ادامه پایگاه داده مورد مطالعه، چگونگی توسعه مدل‌ها و کارایی و دقت آن‌ها تشریح شده است.

بارگذاری متفاوت و وابستگی به ابعاد نمونه، نرخ بارگذاری و غیره دارد [۲]. همچنین در برخی از موارد، آماده‌سازی نمونه از سنگ‌های ساختمانی ضعیف و دارای تخلخل بالا بسیار مشکل می‌باشد. به منظور غلبه بر این مشکلات، توسعه مدل‌های پیش‌بینی کننده مقاومت سنگ به روش غیرمستقیم مفید است. در این مدل‌ها اغلب مقاومت فشاری تک‌محوری بر اساس خواص فیزیکی و مکانیکی سنگ مانند تخلخل  $(n)$ ، چگالی  $(\rho)$ ، شاخص بار نقطه‌ای  $(I_s(50))$ ، شاخص دوام  $(I_d)$ ، شاخص چکش اشمیت  $(SHI)$ ، شاخص پانچ بلوکی  $(BPI)$ ، مدول دینامیکی  $(E_d)$ ، نسبت پواسون دینامیکی  $(\nu_d)$ ، پواسون استاتیکی  $(\nu)$ ، مقاومت کششی برزیلی  $(BTS)$  و سرعت موج فشاری  $(V_p)$  پیش‌بینی می‌شود. به منظور توسعه این مدل‌ها تا کنون روش‌های گوناگونی ارائه شده است. یکی از این روش‌ها استفاده از تکنیک‌های آماری و ریاضی است که از جمله روش‌های رایج در مهندسی سنگ و زمین-شناسی مهندسی می‌باشد که اغلب به صورت رگرسیون ساده و چند متغیره انجام می‌شود. محققان زیادی با استفاده از این روش‌ها، روابط تجربی مختلفی را با استفاده از پارامترهای فیزیکی و مکانیکی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری سنگ‌ها توسعه داده‌اند. به طور مثال، طغرل و ظریف<sup>۱</sup> [۳] در سال ۱۹۹۹ با بررسی بر روی نمونه‌های گرانیتی، با توجه به ارتباط بین تخلخل و مقاومت فشاری تک‌محوری رابطه‌ای خطی ارائه کردند. آلوارز و بابوسکا<sup>۲</sup> همان سال علاوه بر تخلخل، ارتباط بین میزان سختی معادل و چگالی با مقاومت فشاری تک‌محوری نمونه‌های ماسه‌سنگی، دولومیت، گرانیت و گرانودیوریت را بررسی کردند که در نهایت یک مدل چند متغیره خطی را برای پیش‌بینی مقاومت فشاری توسعه دادند [۴]. ییلماز و سندیر<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۲ به بررسی نمونه‌های ژئیس و ارزیابی ارتباط بین سختی و مقاومت فشاری پرداختند و یک رابطه نمایی بر اساس مقدار سختی اشمیت برای پیش‌بینی مقاومت فشاری ژئیس ارائه کردند [۵]. تریاکی<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۸ با مطالعه بر روی دو نوع سنگ آذرین و رسوبی و اندازه‌گیری پارامترهای فیزیکی و مکانیکی شامل چگالی، سختی اشمیت و سختی نفوذ مخروطی توانست با استفاده از مدل چند متغیره غیر خطی مقدار مقاومت فشاری تک‌محوری را با استفاده از پارامترهای ذکر شده تخمین بزند [۶]. مطالعات گسترده‌ای در زمینه تخمین مقاومت فشاری

<sup>4</sup> Tiryaki

<sup>5</sup> Black box

<sup>1</sup> Tugrul and Zarif

<sup>2</sup> Alvarez Grima and Babuska

<sup>3</sup> Yilmaz and Sendir

جدول ۱- مطالعات انجام شده به منظور پیش‌بینی مقاومت فشاری با استفاده رگرسیون ساده و چند متغیره.

نام نویسنده	روابط	نوع سنگ
شارما و سینگ <sup>۱</sup> [۷]	$UCS = 0.0642Vp - 117.99$	ماسه‌سنگ، فیلیت، شیست، بازالت، زغال و شیل
کیلیک و تیمن <sup>۲</sup> [۸]	$UCS = 0.0137SHI^{2.2721}$	دیوریت، بازالت، سنگ آهک، مرمریت، تراورتن، توف، اندزیت و کوارتزیت
یاغیز <sup>۳</sup> [۹]	$UCS = 0.0028^{2.54SHI}$	تراورتن، دولومیت و شیست
یاغیز [۱۰]	$UCS = 29.63Id_4 - 2858$	سنگ آهک، تراورتن و دولومیت
آلتینداغ <sup>۴</sup> [۱۱]	$UCS = -7.155 + 6.194Vp + 9.774BTS$ $UCS = -10.029 + 5.734Vp + 10.876BTS - 2.408Is(50)$	سنگ رسوبی
میشرا و باسو <sup>۵</sup> [۱۲]	$UCS = EXP(0.011BPI + 0.065Is(50) + 0.029SHI + 0.000012Vp + 2.157$	گرانیت، شیست، ماسه‌سنگ
کارامان <sup>۶</sup> و همکاران [۱۳]	$UCS = 24.301 + 4.874BTS$	پیروکلاستیک
ارمغانی و همکاران [۱]	$UCS = 11.442e^{0.0297SHI} + 0.001Vp^{1.178} + 22.2971Is(50) - 35.051$	گرانیت
مادهویابو <sup>۷</sup> و همکاران [۱۴]	$UCS = -11.813 - 2.572n + 23.665Is(50) + 41.654v + 12.197\rho + 0.001Vp$	سنگ آهک
ابوطالب و همکاران [۱۵]	$UCS = -7.71 + 92.72v_d + 0.87Ed$	سنگ آهک
حیدری و همکاران [۱۶]	$UCS = 1.277SHI + 2.186BPI + 16.41Is(50) + 0.011Vp - 82.436$	ماسه سنگ
آلیو <sup>۸</sup> و همکاران [۱۷]	$UCS = 17.6Is(50) + 13.5$ $UCS = 10.4\sigma_t + 18.2$ $UCS = -4745.4 + 35905.6\rho - 6716.8\rho^2$ $UCS = 0.91Vp - 4500.6$	فیلیت

جدول ۲- مطالعات انجام شده به منظور پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری با استفاده از روش‌های هوشمند.

نویسنده	تکنیک	پارامترهای ورودی	نوع سنگ
کاراکوز و تاتمس <sup>۹</sup> [۱۸]	FIS	$Vp, Is(50), SHI$	داسیت، آهک و مرمریت
ییلماز و یوکسک <sup>۱۰</sup> [۱۹]	ANN	$n_e, Is(50), SHI, Id$	ژیپس
ایلماز [۲۰]	ANFIS	$WC, Is(50), SHI, Vp$	ژیپس
رضایی و همکاران [۲۱]	FIS	$SH, \rho, n$	زغال
کریان <sup>۱۱</sup> و همکاران [۲۲]	ANN	$Id, Vp, n_e, PSV$	سنگ آهک
چریان [۲۳]	SVM	$Id, n$	سنگ آذرین
مؤمنی و همکاران [۲۴]	ANN-PSO	$SHI, \rho, Vp, Is(50)$	گرانیت و سنگ آهک
بیکی و همکاران [۲۵]	GP	$n, \rho, Vp$	مرمریت، دولومیت، کلسیت و آهک
ارمغانی و همکاران [۲۶]	ICA-ANN	$SHI, Is(50), Vp$	فیلیت، ایلپت و شیل
ارمغانی و همکاران [۲۷]	ICA-ANN	$n, SHI, Is(50), Vp$	گرانیت
قاسمی و همکاران [۲۸]	M5P	$n, SHI, UW, Id$	سنگ آهک
مختاری و بهنیا [۲۹]	ANN	$\rho, Vp, n, v$	سنگ آهک

FIS سیستم استنتاج فازی، ANN شبکه عصبی مصنوعی، M5P الگوریتم درخت، ANFIS سیستم استنتاج فازی-عصبی، GP الگوریتم ژنتیک، SVM ماشین بردار پشتیبان، ANN-PSO الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی گروه ذرات و شبکه عصبی مصنوعی، ICA-ANN الگوریتم ترکیبی رقابت استعماری و شبکه عصبی مصنوعی.

## ۲- ساختار پایگاه داده

پایگاه داده مورد استفاده در این مقاله، شامل خواص فیزیکی و مکانیکی ۶۳ نمونه از سنگ‌های ساختمانی کربناته مختلف است.

نمونه‌های سنگی از معادن سنگ ساختمانی در نقاط مختلف ایران جمع‌آوری شده‌اند. پایگاه داده از نتایج آزمایش‌های مکانیک سنگی بر روی ۳۳ نمونه از سنگ‌های ساختمانی کربناته توسط محققین و ۳۰

<sup>1</sup> Sharma and Singh

<sup>2</sup> Kilic and Teyman

<sup>3</sup> Yagiz

<sup>4</sup> Altindag

<sup>5</sup> Mishra and Basu

<sup>6</sup> Karaman

<sup>7</sup> Madhubabu

<sup>8</sup> Aliyu

<sup>9</sup> Karakus and Tutmez

<sup>10</sup> Yilmaz and Yuksek

<sup>11</sup> Ceryan

### ۳-۱- رگرسیون ساده

پیش از توسعه روابط چند متغیره خطی و غیرخطی، لازم است ارتباط بین هر یک از پارامترهای ورودی با پارامترهای خروجی مورد بررسی قرار گیرد. برای این منظور از ۴ فرم متداول رگرسیون ساده یعنی خطی، لگاریتمی، نمایی و توانی بهره گرفته شد و ارتباط بین  $V_p$  و  $SHI$  با  $UCS$  مورد بررسی قرار گرفت. مقدار ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای هر یک از فرم‌ها در جدول ۳ آورده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود هر دو پارامتر ورودی ارتباط معناداری با پارامتر خروجی دارند. از این‌رو از هر دوی آن‌ها می‌توان در مراحل بعدی برای توسعه روابط چند متغیره بهره برد. مناسبترین ارتباط بین  $V_p$  با  $UCS$  از نوع خطی با ضریب تعیین  $0/818$  می‌باشد. این ارتباط به طور مستقیم بوده یعنی با افزایش  $V_p$  مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ افزایش می‌یابد (شکل ۳-الف). همچنین، مناسبترین ارتباط بین  $SHI$  با  $UCS$  از نوع لگاریتمی با ضریب تعیین  $0/609$  می‌باشد. این ارتباط نیز به طور مستقیم بوده و روند آن در شکل ۳-ب قابل مشاهده است.

### ۳-۲- تحلیل رگرسیون چند متغیره

رگرسیون چند متغیره روشی برای بررسی اثر متغیرهای متعدد بر روی متغیر پاسخ می‌باشد. از این‌رو برای بررسی تأثیر همزمان عوامل مختلف بر روی خواص مهندسی سنگ روشی مناسب به نظر می‌آید. هدف اصلی از این روش برآورد یک رابطه بین پارامترهای ورودی و خروجی می‌باشد. به طور کلی تحلیل رگرسیون چند متغیره به دو دسته خطی و غیرخطی تقسیم‌بندی می‌شوند. رگرسیون چند متغیره خطی<sup>۱</sup> (MLR) ارتباط خطی بین پارامترهای ورودی و خروجی را بررسی و ارزیابی می‌کند در حالیکه رگرسیون چند متغیره غیرخطی<sup>۲</sup> (MNLR) یک روش برای به دست آوردن رابطه غیرخطی بین پارامترهای مستقل و وابسته می‌باشد. در ادامه با استفاده از این دو تکنیک، دو رابطه تجربی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های ساختمانی کربناته توسعه داده شده است.

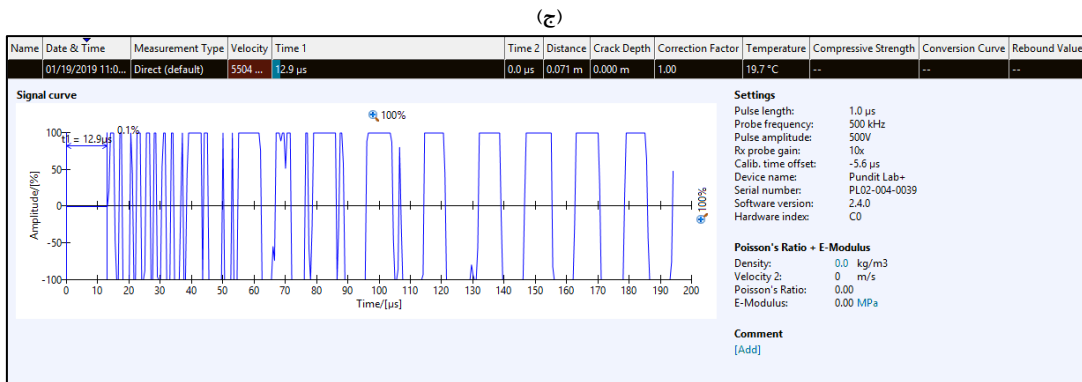
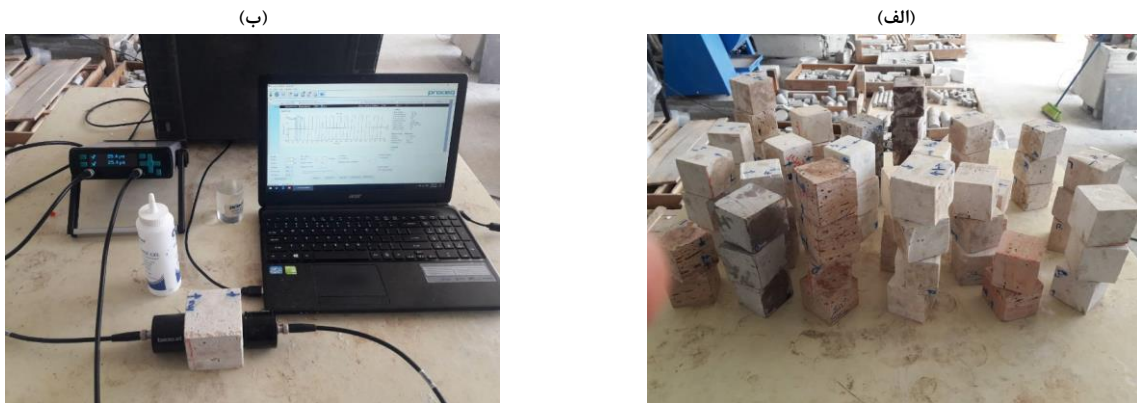
نمونه سنگ تراورتن از معادن حاجی آباد محلات (استان مرکزی) که توسط دهقانی و همکارانش گردآوری شده‌اند [۳۰]، شکل گرفته است. در این پایگاه داده، سرعت موج فشاری ( $V_p$ ) و شاخص سختی اشمیت ( $SHI$ ) به عنوان پارامترهای ورودی و مقاومت فشاری تک‌محوری ( $UCS$ ) سنگ‌ها به عنوان پارامتر خروجی در نظر گرفته شده‌اند. در این مقاله نمونه‌های مورد مطالعه بر اساس استاندارد ASTM C 170 آماده‌سازی شده‌اند [۳۱]. طبق این استاندارد نمونه‌ها به صورت بلوک-هایی با ابعاد  $7cm \times 7cm \times 7cm$  آماده سازی شدند (شکل ۱-الف). در ادامه برای اندازه‌گیری سرعت موج فشاری، از دستگاه PUNDIT Lab+ با دو مبدل (یک فرستنده و یک گیرنده) با فرکانس ۵۰۰ کیلوهرتز استفاده شده است. همچنین سرعت موج فشاری نمونه‌ها طبق استاندارد ISRM اندازه‌گیری شدند [۳۲]. شکل ۱-ب و ۱-ج به ترتیب روند اندازه‌گیری سرعت موج فشاری نمونه‌ها و شکل موج فشاری دریافتی برای یک نمونه سنگی را نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل ۱-د مشاهده می‌شود، برای اندازه‌گیری سختی اشمیت، از چکش نوع L طبق استاندارد ASTM D5873 استفاده شده است [۳۳]. تعیین مقدار سختی اشمیت به این صورت انجام شد که ۲۰ آزمایش مجزا بر روی هر نمونه سنگی انجام گرفت و مقدار میانگین ۱۰ قرائت بالاتر به عنوان سختی اشمیت در نظر گرفته شد. در نهایت مقاومت فشاری تک‌محوری نمونه‌ها طبق استاندارد ASTM C170 اندازه‌گیری شده است (شکل ۱-ه). در شکل ۲، نمودار فراوانی هر یک از پارامترها و خصوصیات آماری آن‌ها (شامل مقدار حداقل، متوسط، حداکثر و انحراف استاندارد) آورده شده است. در ادامه با استفاده از این پایگاه داده و روش‌های آماری، مدل‌هایی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های ساختمانی توسعه داده شده است. پایگاه داده مورد نظر به صورت تصادفی به دو مجموعه داده‌های آموزش و داده‌های آزمون تقسیم شده است. داده‌های آموزش برای توسعه مدل‌ها به کار گرفته شده و شامل ۸۰ درصد کل داده‌ها است (یعنی ۵۰ مورد) و داده‌های آزمون برای ارزیابی دقت مدل‌های توسعه داده شده به کار گرفته شده است و شامل مابقی داده‌ها یعنی ۱۳ مورد می‌باشند.

### ۳- توسعه مدل

در این بخش به کمک تکنیک آماری تحلیل رگرسیون چند متغیره خطی و غیرخطی و با استفاده از داده‌های آموزش روابطی تجربی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری ( $UCS$ ) ارائه شده است. لازم به ذکر است تمامی تحلیل‌های آماری در نرم افزار SPSS انجام گرفته است.

<sup>1</sup> Multiple linear regression

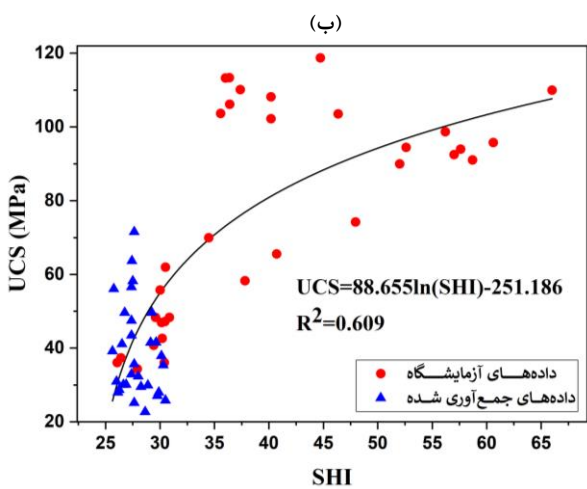
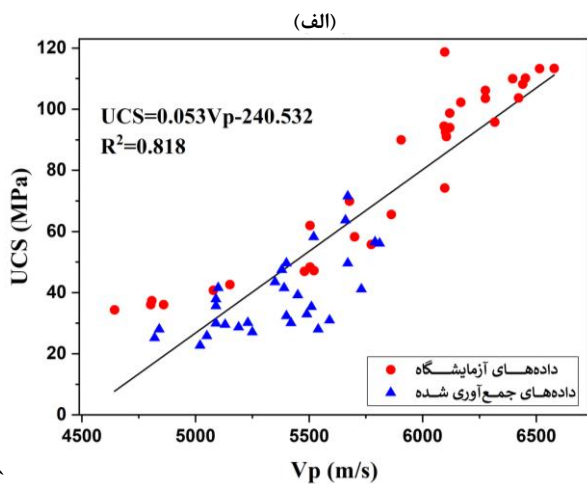
<sup>2</sup> Multiple non-linear regression



شکل ۱: نحوه و انجام آزمایش‌ها بر روی نمونه‌های مورد مطالعه

(الف): آماده‌سازی نمونه‌ها، ب: تجهیزات اولتراسونیک برای اندازه‌گیری سرعت موج فشاری، ج: شکل موج فشاری دریافتی برای یک

نمونه سنگی، د: اندازه‌گیری شاخص سختی اشمیت، ه: انجام آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری)



شکل ۳- ارتباط بین مقاومت فشاری تک‌محوری با (الف) سرعت موج فشاری، (ب) شاخص سختی اشمیت.

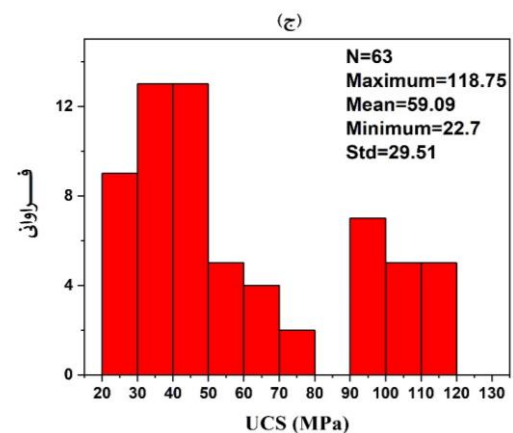
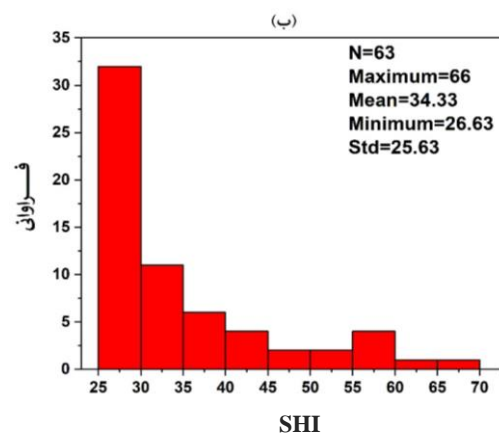
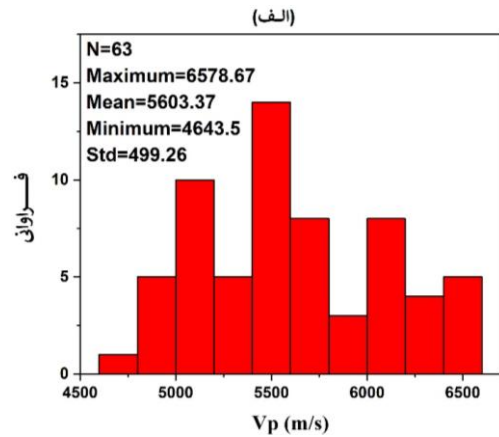
### ۳-۲-۱- تحلیل رگرسیون چند متغیره خطی

در رگرسیون چند متغیره خطی، ارتباط بین پارامترهای ورودی (متغیرهای مستقل) و پارامتر خروجی (متغیر وابسته) به شکل زیر است:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n \quad (1)$$

که در این رابطه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای مستقل و  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$  ضرایب رگرسیونی متغیرهای مستقل و  $Y$  متغیر وابسته می‌باشد. با وارد کردن داده‌های آموزش به نرم افزار SPSS و انجام تحلیل رگرسیونی چند متغیره می‌توان ضرایب رگرسیون را تعیین کرد. در این تحلیل مقاومت فشاری تک‌محوری به عنوان پارامتر وابسته و سختی اشمیت و سرعت موج فشاری به عنوان پارامتر مستقل در نظر گرفته شدند و رابطه خطی زیر برای پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری توسعه یافت:

$$UCS = 0.043V_p + 0.782SHI - 207.262 \quad (2)$$



شکل ۲: هیستوگرام فراوانی پارامترهای ورودی و خروجی: (الف) سرعت موج فشاری ( $V_p$ )، (ب) سختی اشمیت (SHI)، (ج) مقاومت فشاری تک‌محوری (UCS).

جدول ۳: همبستگی بین مقاومت فشاری تک‌محوری با سرعت موج فشاری و سختی اشمیت در فرم‌های گوناگون رگرسیونی

فرم رگرسیون	سرعت موج فشاری ( $V_p$ )	سختی اشمیت (SHI)
خطی	۰/۸۱۸	۰/۵۵۷
لگاریتمی	۰/۷۹۵	۰/۶۰۹
توانی	۰/۷۸۶	۰/۵۷۳
نمایی	۰/۸۰۰	۰/۵۲۳

#### ۴- ارزیابی عملکرد روابط

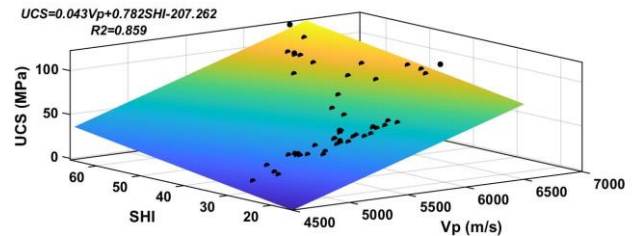
در این بخش عملکرد روابط توسعه یافته در بخش قبل با استفاده از داده‌های آزمون مورد ارزیابی قرار گرفته است. تعداد داده‌های آزمون ۱۳ مورد می‌باشند که با وارد کردن پارامترهای ورودی این داده‌ها به روابط ۲ و ۴ مقدار UCS پیش‌بینی شد و سپس مقدار پیش‌بینی شده با مقدار اندازه‌گیری شده مقایسه گردید. مقایسه‌ی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS با استفاده از روابط خطی و غیرخطی همراه با ضریب تعیین ( $R^2$ ) بر اساس داده‌های آموزش در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است. همانگونه که در شکل ۶ و ۷ نمایان است مقادیر ضریب تعیین ( $R^2$ ) برای معادله خطی و غیرخطی به ترتیب برابر با ۰/۸۳۶ و ۰/۸۳۳ می‌باشند که نشان دهنده قابلیت بالای مدل‌های ارائه شده است. همچنین به منظور تعیین عملکرد مدل‌ها، علاوه بر ضریب تعیین ( $R^2$ )، مقادیر آماری خطای جذر میانگین مربعات<sup>۱</sup> (RMSE) و واریانس خطا<sup>۲</sup> (VAF) با استفاده از روابط زیر محاسبه شده است [۴]:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - P_i)^2} \quad (5)$$

$$VAF = \left[ 1 - \frac{var(A_i - P_i)}{var(A_i)} \right] \times 100 \quad (6)$$

که در این روابط  $P_i$  و  $A_i$  به ترتیب برابر با مقدار مقاومت فشاری تک‌محوری پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده می‌باشند و  $n$  تعداد نمونه‌های مجموعه آزمون است که در این مطالعه برابر با ۱۳ است. از نظر تئوری هرچه مقدار RMSE نزدیک به صفر و مقدار VAF به ۱۰۰ نزدیک باشد، مدل توسعه یافته ایده‌آل‌تر است. مقادیر محاسبه شده RMSE و VAF برای دو مدل خطی و غیرخطی در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که هر دو رابطه توسعه یافته قادر به ارزیابی مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های کربناته هستند و ابزاری مناسب برای این منظور در کارهای عملی می‌باشند.

که در این رابطه UCS برحسب مگاپاسکال و  $V_p$  برحسب متر بر ثانیه می‌باشند. بر اساس این معادله، ارتباط بین UCS با دو پارامتر ورودی  $V_p$  و SHI به صورت سه بعدی در شکل ۴ نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود ضریب تعیین ( $R^2$ ) این معادله در مرحله آموزش برابر با ۰/۸۵۹ است و با افزایش  $V_p$  و SHI مقدار UCS افزایش می‌یابد.



شکل ۴- ارتباط بین UCS با  $V_p$  و SHI بر اساس معادله چند متغیره خطی (رابطه ۲)

#### ۳-۲-۲- تحلیل رگرسیون چند متغیره غیرخطی

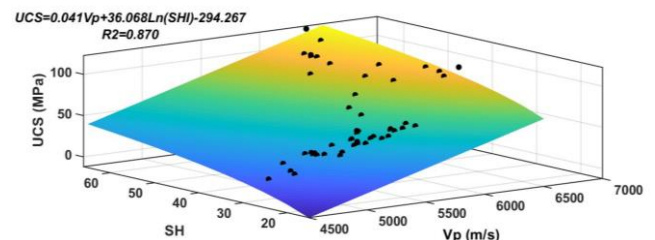
بر اساس تحلیل‌های رگرسیون ساده، ارتباط بین  $V_p$  و SHI با UCS به ترتیب به شکل خطی و لگاریتمی می‌باشد. لذا، به منظور توسعه مدل غیرخطی برای پیش‌بینی UCS، رابطه‌ای به شکل زیر در نظر گرفته شد:

$$UCS = \beta_0 + \beta_1 V_p + \beta_2 \ln(SHI) \quad (3)$$

که در این رابطه  $\beta_0$ ،  $\beta_1$ ،  $\beta_2$  ضرایب رگرسیون می‌باشند. با وارد کردن داده‌های آموزش به نرم افزار SPSS و انجام تحلیل رگرسیون چند متغیره غیرخطی ضرایب رگرسیون تعیین و رابطه‌ای به شکل زیر ارائه شد:

$$UCS = 0.041V_p + 36.068 \ln(SHI) - 294.267 \quad (4)$$

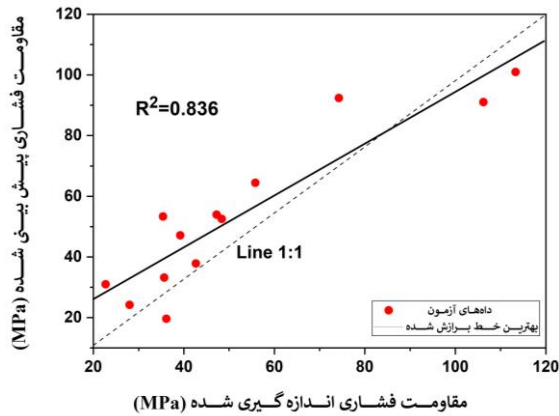
که در این رابطه UCS برحسب مگاپاسکال و  $V_p$  برحسب متر بر ثانیه می‌باشند. ارتباط بین UCS با  $V_p$  و SHI بر اساس رابطه ۴ به صورت سه بعدی در شکل ۵ نشان داده شده است. ضریب تعیین ( $R^2$ ) این رابطه در مرحله آموزش برابر با ۰/۸۷۰ است و با افزایش  $V_p$  و SHI مقدار UCS افزایش می‌یابد.



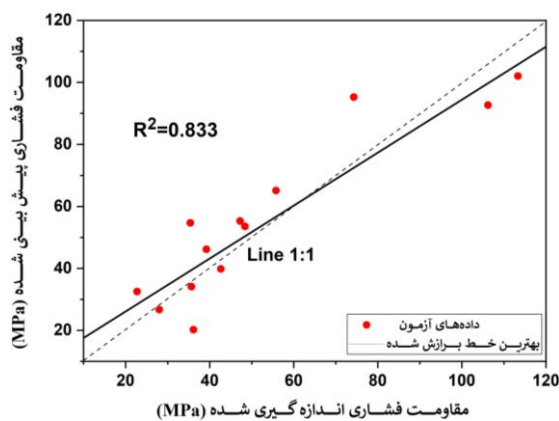
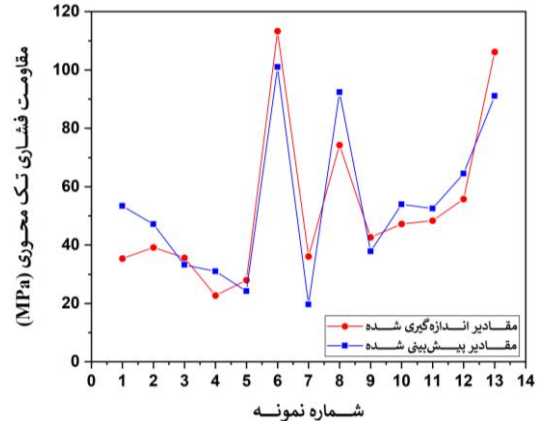
شکل ۵- ارتباط بین UCS با  $V_p$  و SHI بر اساس رابطه چند متغیره خطی (رابطه ۴)

<sup>2</sup> Variance accounted for

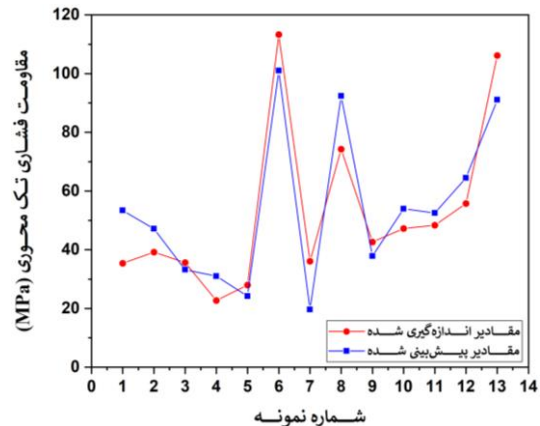
<sup>1</sup> Mean absolute error



شکل ۶- مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS بر اساس رابطه چند متغیره خطی (رابطه ۲)



شکل ۷- مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده UCS بر اساس رابطه چند متغیره خطی (رابطه ۴)



جدول ۴- شاخص‌های عملکرد برای دو مدل خطی و غیر خطی

نوع رابطه	RMSE	VAF
خطی	۱۱/۱۵	۸۳/۵۹
غیر خطی	۱۱/۴۸	۸۱/۱۳

## ۵- نتیجه گیری

آموزش توسعه یافته‌اند. در نهایت عملکرد و دقت مدل‌های توسعه یافته با استفاده از داده‌های آزمون و با محاسبه شاخص‌های آماری  $R^2$ ،  $RMSE$  و  $VAF$  مورد ارزیابی قرار گرفت. برای مدل خطی مقدار شاخص‌های  $R^2$ ،  $RMSE$  و  $VAF$  به ترتیب  $۰/۸۳۶$ ،  $۱۱/۱۵$  و  $۸۳/۵۹$  به دست آمدند. همچنین برای مدل غیرخطی این شاخص‌ها به ترتیب  $۰/۸۳۳$ ،  $۱۱/۴۸$  و  $۸۱/۱۳$  تعیین شدند. مقایسه دو مدل بر اساس شاخص‌های آماری بیانگر این است که دو مدل از عملکرد تقریباً یکسانی برخوردارند و قادر به پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری با دقت قابل قبولی هستند. از مهمترین مزایای مدل‌های توسعه یافته شده نسبت به مدل‌های هوشمند، ماهیت شفاف آن‌ها می‌باشد. به گونه‌ای که روابط ریاضی توسعه یافته شده به وضوح ارتباط بین پارامترهای ورودی و خروجی را نشان می‌دهند در حالیکه در اغلب روش‌های هوشمند ارتباط بین پارامترها برای خواننده مبهم و غیرقابل درک است. در آخر باید ذکر شود که اگرچه روابط توسعه یافته شده در این مقاله قادر به تخمین مقاومت فشاری سنگ‌های ساختمانی کربناته با دقت قابل قبولی می‌باشند اما می‌توان با جمع‌آوری داده‌های بیشتر و در نظر گرفتن پارامترهای ورودی بیشتر در آینده عملکرد آن‌ها را بهبود بخشید و روابط جامع‌تری توسعه داد.

یکی از ویژگی‌های اساسی در انتخاب سنگ‌های ساختمانی، مقاومت فشاری تک‌محوری آنهاست که حد پایداری آن‌ها در برابر نیروهای فشاری اعمال شده را نشان می‌دهد. هدف اصلی در این مقاله توسعه مدل‌هایی به منظور پیش‌بینی مقاومت فشاری تک‌محوری با استفاده از آزمایش‌های غیرمخرب می‌باشد. برای این منظور پایگاه داده‌ای شامل ۶۳ نمونه از سنگ‌های ساختمانی کربناته در نقاط ایران جمع‌آوری شد. پایگاه داده از دو پارامتر ورودی ( $V_p$  و  $SHI$ ) و یک پارامتر خروجی ( $UCS$ ) تشکیل شده است. سپس با انجام تحلیل‌های رگرسیونی در محیط نرم افزار SPSS دو مدل آماری خطی و غیرخطی برای تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری سنگ‌های ساختمانی کربناته توسعه داده شد. لازم به ذکر است که این مدل‌ها بر اساس داده‌های



## ۶- منبع‌ها

- [12] Mishra, D. A., & Basu, A. (2013). Estimation of uniaxial compressive strength of rock materials by index tests using regression analysis and fuzzy inference system. *Engineering Geology*, 160, 54-68.
- [13] Karaman, K., Cihangir, F., Ercikdi, B., Kesimal, A., & Demirel, S. (2015). Utilization of the Brazilian test for estimating the uniaxial compressive strength and shear strength parameters. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 115(3), 185-192.
- [14] Madhubabu, N., Singh, P. K., Kainthola, A., Mahanta, B., Tripathy, A., & Singh, T. N. (2016). Prediction of compressive strength and elastic modulus of carbonate rocks. *Measurement*, 88, 202-213.
- [15] Aboutaleb, S., Behnia, M., Bagherpour, R., & Bluekian, B. (2018). Using non-destructive tests for estimating uniaxial compressive strength and static Young's modulus of carbonate rocks via some modeling techniques. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 77(4), 1717-1728.
- [16] Heidari, M., Mohseni, H., & Jalali, S. H. (2018). Prediction of uniaxial compressive strength of some sedimentary rocks by fuzzy and regression models. *Geotechnical and Geological Engineering*, 36(1), 401-412.
- [17] Aliyu, M. M., Shang, J., Murphy, W., Lawrence, J. A., Collier, R., Kong, F., & Zhao, Z. (2019). Assessing the uniaxial compressive strength of extremely hard cryptocrystalline flint. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 113, 310-321.
- [18] Karakus, M., & Tutmez, B. (2006). Fuzzy and multiple regression modelling for evaluation of intact rock strength based on point load, Schmidt hammer and sonic velocity. *Rock mechanics and rock engineering*, 39(1), 45-57.
- [19] Yılmaz, I., & Yuksek, A. G. (2008). An example of artificial neural network (ANN) application for indirect estimation of rock parameters. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 41(5), 781-795.
- [20] Yılmaz, I. (2009). Prediction of the strength and elasticity modulus of gypsum using multiple regression, ANN, and ANFIS models. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 46, 803-810.
- [21] Rezaei, M., Majdi, A., & Monjezi, M. (2014). An intelligent approach to predict unconfined compressive strength of rock surrounding access tunnels in longwall coal mining. *Neural Computing and Applications*, 24(1), 233-241.
- [22] Ceryan, N., Okkan, U., & Kesimal, A. (2013). Prediction of unconfined compressive strength of carbonate rocks using artificial neural networks.
- [1] Armaghani, D. J., Mohamad, E. T., Hajihassani, M., Yagiz, S., & Motaghedi, H. (2016). Application of several non-linear prediction tools for estimating uniaxial compressive strength of granitic rocks and comparison of their performances. *Engineering with Computers*, 32(2), 189-206.
- [۲] حیدری، م، رفیعی، ب، نوری، م، خانلری، م، مؤمنی، ع.ا. (۱۳۹۳)، تخمین مقاومت فشاری تک‌محوری و مدول الاستیسیته نمونه‌های کنگلومرا با استفاده از رگرسیون و شبکه عصبی مصنوعی، زمین‌شناسی ژئوتکنیک، شماره ۱، ۳۵-۴۶.
- [3] Tuğrul, A., & Zarif, I. H. (1999). Correlation of mineralogical and textural characteristics with engineering properties of selected granitic rocks from Turkey. *Engineering Geology*, 51(4), 303-317.
- [4] Grima, M. A., & Babuška, R. (1999). Fuzzy model for the prediction of unconfined compressive strength of rock samples. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 36(3), 339-349.
- [5] Yılmaz, I., & Sendir, H. (2002). Correlation of Schmidt hardness with unconfined compressive strength and Young's modulus in gypsum from Sivas (Turkey). *Engineering Geology*, 66(3-4), 211-219.
- [6] Tiryaki, B. (2008). Predicting intact rock strength for mechanical excavation using multivariate statistics, artificial neural networks, and regression trees. *Engineering Geology*, 99(1-2), 51-60.
- [7] Sharma, P. K., & Singh, T. N. (2008). A correlation between P-wave velocity, impact strength index, slake durability index and uniaxial compressive strength. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 67(1), 17-22.
- [8] Kılıç, A., & Teymen, A. (2008). Determination of mechanical properties of rocks using simple methods. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 67(2), 237.
- [9] Yagiz, S. (2009). Predicting uniaxial compressive strength, modulus of elasticity and index properties of rocks using the Schmidt hammer. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 68(1), 55-63.
- [10] Yagiz, S. (2011). Correlation between slake durability and rock properties for some carbonate rocks. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 70(3), 377-383.
- [11] Altındag, R. (2012). Correlation between P-wave velocity and some mechanical properties for sedimentary rocks. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 112(3), 229-237.

- S. (2018). Model tree approach for predicting uniaxial compressive strength and Young's modulus of carbonate rocks. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 77(1), 331-343.
- [29] Mokhtari, M., & Behnia, M. (2019). Comparison of LLNF, ANN, and COA-ANN techniques in modeling the uniaxial compressive strength and static Young's Modulus of Limestone of the Dalan formation. *Natural Resources Research*, 28(1), 223-239.
- [30] Dehghan, S., Sattari, G. H., Chelgani, S. C., & Aliabadi, M. A. (2010). Prediction of uniaxial compressive strength and modulus of elasticity for Travertine samples using regression and artificial neural networks. *Mining Science and Technology (China)*, 20(1), 41-46.
- [31] ASTM: American Society for Testing and Materials (2017). Standard Test Method for Compressive Strength of Dimension Stone, ASTM C170.
- [32] ISRM: International Society for Rock Mechanics (1981). Rock characterization, testing and monitoring. Pergamon, Oxford.
- [33] ASTM: American Society for Testing and Materials (1981). Standard Test Method for Determination of Rock Hardness by Rebound Hammer, ASTM D5873.
- Environmental earth sciences*, 68(3), 807-819.
- [23] Ceryan, N. (2014). Application of support vector machines and relevance vector machines in predicting uniaxial compressive strength of volcanic rocks. *Journal of African Earth Sciences*, 100, 634-644.
- [24] Momeni, E., Armaghani, D. J., Hajihassani, M., & Amin, M. F. M. (2015). Prediction of uniaxial compressive strength of rock samples using hybrid particle swarm optimization-based artificial neural networks. *Measurement*, 60, 50-63.
- [25] Beiki, M., Majdi, A., & Givshad, A. D. (2013). Application of genetic programming to predict the uniaxial compressive strength and elastic modulus of carbonate rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, (63), 159-169.
- [26] Armaghani, D. J., Amin, M. F. M., Yagiz, S., Faradonbeh, R. S., & Abdullah, R. A. (2016). Prediction of the uniaxial compressive strength of sandstone using various modeling techniques. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 85, 174-186.
- [27] Armaghani, D. J., Amin, M. F. M., Yagiz, S., Faradonbeh, R. S., & Abdullah, R. A. (2016). Prediction of the uniaxial compressive strength of sandstone using various modeling techniques. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 85, 174-186.
- [28] Ghasemi, E., Kalhori, H., Bagherpour, R., & Yagiz,

## The correlation between Schmidt hardness index and P-wave velocity with uniaxial compressive strength of carbonate building stones

Amirkiyaei, V.<sup>1</sup>; Ghasemi, E.<sup>2\*</sup>; Faramarzi, L.<sup>3</sup>

1- M.Sc., Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology

2- Associate Professor, Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology

3- Associate Professor, Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology

\* Corresponding author: e\_ghasemi@iut.ac.ir

### Keywords

Uniaxial compressive strength  
Multivariate regression analysis  
Building stone  
P-Wave velocity  
Schmidt hardness index

### Final English Extended Abstract

#### Summary

Uniaxial compressive strength (UCS) is one of the basic parameters in the selection of building stones. Direct measurement of this parameter is expensive, time-consuming, and even infeasible in some circumstances due to the difficulty involved in obtaining samples. Therefore, using indirect methods seems necessary for estimating UCS of stones. In this study, the main purpose is to develop indirect models for predicting UCS using non-destructive testing. For this purpose, a database containing 63 data of physical and mechanical parameters of carbonate building stones (including uniaxial compressive strength, P-wave velocity and Schmidt hardness index) were collected from different parts of Iran. Finally, the linear and non-linear

multivariate regression models were developed based on this database for estimating UCS of stones.

### Introduction

Stone is one of the most commonly used building materials since the past, and has been given particular attention due to the growing human needs for construction. In rock engineering practice, determining the UCS is of prime importance, mainly due to its essential role in the design of geotechnical, civil and building stone projects. Determining the UCS of stone in a laboratory is expensive, time consuming, and also needs well-prepared test samples. To overcome these problems, development of indirect models for prediction of UCS of stones based on their physical and mechanical properties has grown dramatically.

### Methodology and Approaches

In this research, using two essential properties of stone, namely, the P-wave velocity ( $V_p$ ) and Schmidt hardness index (SHI), two empirical equations have been developed for the prediction of carbonate building stones' UCS. Equations based on a database containing 63 samples of carbonate building stone (43 samples of travertines and 20 samples of marbles) have been developed using linear and non-linear regression analysis in SPSS software.

### Results and Conclusions

The coefficient of determination ( $R^2$ ) between the measured and predicted values is a good indicator to check the prediction performance of each predictive equation. Furthermore, variance account for (VAF) and root mean square error (RMSE) indices were calculated to control the prediction capacity of equations. These indicators were measured for the both developed equations in this study. For the linear equation, the values of  $R^2$ , RMSE and VAF indices were 0.836, 11.11 and 83.59, respectively. Also, for non-linear equation, these indices were 0.833, 11.48 and 81.13, respectively. Comparison of indices shows that both linear and non-linear equations are reliable for predicting UCS of carbonate building stone.