

تأثیر کرنش‌های خمیری بر تغییر شکل مخازن نفتی

امید روشن^۱؛ احسان طاهری^{۲*}

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادیار، دانشکده فنی دانشگاه تربیت مدرس

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴

چکیده

در تحقیق حاضر تأثیر حرکت سیال بر تغییر شکل‌های خمیری و کشسان خمیری در مخازن سیال زیر سطحی با تمرکز بر مخازن نفتی بررسی شده است. این نوع از مدل‌سازی و بررسی تغییر شکل‌ها و کرنش‌های خمیری همواره از مهم‌ترین مسائل در مدیریت و توسعه صنعت نفت و مخازن نفتی است. جریان سیال در مخازن نفتی و در محیط‌های متخلخل در مقیاس‌های مختلفی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همین امر باعث ایجاد چالش‌های متعدد در امر شبیه‌سازی مخازن در زمینه صحت، دقت و توان محاسباتی می‌شود. در همین راستا الگوی چند مقیاسی چند فیزیکی ترکیبی به عنوان الگوی کارآمد در این شبیه‌سازی اخیراً معرفی شده است. در این مقاله فرایند ارتقا الگوی فوق برای مدل‌سازی دقیق فاز جامد و همچنین اندرکنش این فاز با فاز سیال ارائه شده است. برای ارتقا الگوی ذکر شده، به یک مدل ژئومکانیکی با قابلیت شبیه‌سازی پلاستیک از یک مدل رفتاری یکپارچه برای مدل‌سازی رفتار مخازن استفاده شده که دارای تابع تسلیم یکپارچه است و برای حل توامان معادلات و همگرایی از روش ضمنی استفاده می‌کند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داده که مدل رفتاری کشسان خمیری در ترکیب با الگوی ذکر شده، یک مدل قدرتمند را برای شبیه‌سازی مخازن نفتی با تغییر شکل‌های دامنه بالا ارائه می‌کند.

واژگان کلیدی

چند مقیاسی، کرنش خمیری، مخازن نفتی، محیط متخلخل، ژئومکانیک

۱- مقدمه

در رفتار حرکتی سیال در یک مخزن اثرگذار می‌باشد [۶]. اما برای بهینه‌سازی یک شبیه‌سازی، محاسبه و در نظر گرفتن تمام متغیرها در تمام مقیاس‌ها به صورت همزمان منطقی به نظر نمی‌رسد. به همین منظور ابداع و توسعه روشی که بتواند با حفظ اطلاعات ارزشمند هر مقیاس و پردازش آن در زمان درست، تخمین و پیش‌بینی دقیق از وضعیت مخزن بدهد ضروری به نظر می‌رسد. روش‌های چند مقیاسی برای شبیه‌سازی مخازن نفتی متخلخل و لایه‌های زیر سطحی با هدف کاهش هزینه و زمان محاسبات توسعه یافتند [۹]. در طول زمان نیز در هر دو زمینه فیزیک روش و کاربرد در مواد مختلف توسعه‌های زیادی یافته است. در روش چند مقیاسی احجام محدود $MSFV$ جرم و سرعت موازنه شده‌اند در نتیجه این روش مناسب برای مدل‌سازی رفتار سیال و اندرکنش آن با فاز جامد است، که این فاز جامد بوسیله روش اجزا محدود FEM مدل

افزایش صحت و دقت مدل‌سازی مخازن نفتی با توجه به رشد روز افزون تقاضای این بازار در مقیاس جهانی امری مشهود است. برای پاسخ به این میزان از تقاضا، افزایش نرخ برداشت نفت و تولید آن باید بهینه‌سازی شود. تخمین و محاسبه مکان بهینه چاه‌های تزریق و همچنین توسعه ابزار و نحوه بهره‌برداری امری مهم در این بهینه‌سازی است [۱-۶]. در همین راستا نحوه شبیه‌سازی و مدل‌سازی بهره‌برداری از مخازن نقش مهمی ایفا می‌کند. از طرف دیگر شبیه‌سازی با دقت و صحت بالا در زمان کوتاه‌تر و بهینه‌تر نیز از جمله چالش‌های همیشگی این عرصه بوده و هست. بر طبق اعلام شرکت‌های بزرگ نفتی، استراتژی مدل‌سازی، نقش اصلی را در راهبرد تولید آن‌ها ایفا می‌کند [۷]. در مدل‌سازی مخازن نفتی، دامنه مقیاس‌ها از میلیمتر تا کیلومتر متغیر است و این تغییرات مقیاس

*نویسنده مسئول: استادیار دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی

پست الکترونیک: e_taheri@modares.ac.ir

در همگرایی معادلات توامان و کوپل عملکرد خوبی را از خود نشان می‌دهد. همچنین برنامه اجزا محدود آن در محیط‌های خاکی و سنگی نیز با توجه به فضای تنش $q - p'$ نتایج خوبی را از خود نشان داده است. این الگو بر اساس مفهوم سطح پیرامونی و با به‌کارگیری روش ضمنی پیشنهاد شد. به همین منظور به عنوان الگوی مبنا در مدل ارتقا یافته چند مقیاسی چند فیزیکی پلاستیک در فاز جامد مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به اینکه در اندرکنش سیال و جامد در یک مخزن نفتی چند سری معادلات کوپل باید به صورت همزمان حل شوند، و با توجه به لزوم همگرایی با نرخ خوب در تمام بخش‌ها، لازمه یک مدل مناسب و سازگاری آن با مدل مبنا امری انکار ناپذیر است. استفاده از روش ضمنی و حلقه‌های اصلاح شده نیوتن رافسون در مدل جدید به این امر کمک شایانی کرده است. در ادامه با توجه به یکپارچه بودن تابع تسلیم زیر برنامه پلاستیک و فرمول‌بندی جدید می‌توان شبیه‌سازی بهتری از فاز جامد در مخازن نفتی داشت. مدل رفتاری یکپارچه خمیری برای محاسبه و مدل‌سازی اندرکنش با فازهای سیال در مدل مبنا از قانون نگاشت شعاعی و شبیه‌سازی رفتار نرم استفاده می‌کند، همچنین الگوی مبنا نیز برای فاز جامد از قانون سخت شوندگی همسانگرد استفاده کرده است.

۲- معرفی الگو

در این قسمت الگوی چند مقیاسی چند فیزیکی ترکیبی پلاستیک معرفی شده است. ابتدا معادلات حاکم برای معرفی روش چند مقیاسی احجام محدود بیان شده سپس به معرفی الگوی خمیری در سنگ پرداخته شده است و در نهایت اندرکنش فاز سیال و جامد و توامان بودن هر دو الگوی برای بدست آوردن یک الگوی یکپارچه بیان شده است.

۲-۱- معادلات حاکم و الگوی M^3GM

سیستم فازهای دربرگیرنده در این الگو شامل ترکیبی از محیط متخلخل تغییر شکل پذیر به عنوان فاز جامد و آب و گاز و نفت به عنوان فاز سیال است. فاز جامد از دیدگاه لاگرانژی و فاز سیال از دیدگاه اویلری مورد بررسی قرار گرفته است. این نکته حائز اهمیت است که فاز سیال و فاز جامد رفتاری مجزا و جداگانه را در چهارچوب الگوهای چند مقیاسی احجام محدود و اجزا محدود دارند. در اولین قدم موازنه جرمی بررسی می‌شود. در این قسمت دو جریان سیال تراکم‌پذیر در یک اسکلت تغییر شکل پذیر جامد در نظر گرفته شده‌اند.

$$\frac{D}{Dt}(\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha}) + \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \nabla v_{\alpha} = \dot{m}_{\alpha} \quad (1)$$

در معادله فوق ϕ تخلخل، ρ_{α} دانسیته فازی و S_{α} درجه اشباع فاز و v_{α} سرعت فاز است. همچنین $\dot{m}_{\alpha}$ بیانگر چاهک و ترم‌های منبع

می‌شود [۱۸]. نتایج فازهای سیال و جامد در استفاده از این دو روش برای مدل‌سازی به صورت کوپل و توامان در هر گام زمانی و در حلقه غیر خطی تکرار حل می‌شود [۱۲]. روش $MSFV$ اولین بار توسط جنی در سال ۲۰۰۳ برای تک فاز و یک محیط دو بعدی بدون در نظر گرفتن کاپیلاری و حلالیت ایجاد شد و در سال ۲۰۰۴ فاز دوم به مدل اضافه شد و در ادامه در سال ۲۰۰۶ توانایی حل معادله فشار همگرا در سال ۲۰۰۶ توسط لوناتی و جنی به مدل اضافه گردید [۱۲ - ۱۴]. در سال ۲۰۰۷ چلی و همکاران محاسبه توابع پایه را در مدل پیاده‌سازی کردند [۱۴]. در سال ۲۰۰۷ شرایط مرزی بهبود یافته توسط جنی و همکاران به مدل اضافه گردید. از سال ۲۰۰۹ تا ۲۰۱۱ حاجی بیگی و جنی روش $MSFV$ تکرارونده را برای در نظر گرفتن تراکم‌پذیری فازهای مختلف ارائه کردند. دهکردی و منظری در سال ۲۰۱۳ یک مدل چند مقیاسی چند تفکیکی بر مبنای بالا مقیاسی کردن مناطق مرزی سلول‌های بزرگ ارائه دادند [۱۶ و ۱۷].

تغییر شکل فاز جامد نقش مهمی در مخازن نفتی ایفا می‌کند. این تاثیر نه تنها به عنوان نشست و آسیب زدن به سازه‌ها و تجهیزات زیر سطحی مورد بررسی قرار می‌گیرد، بلکه به عنوان عاملی مهم در نرخ تولید یک مخزن از آن یاد می‌شود [۱۸]. به همین منظور مدل‌های زیادی در چند سال اخیر تلاش کرده‌اند تا این تغییر شکل را در فاز جامد شبیه‌سازی و پیش‌بینی کنند. از طرفی دیگر تاثیر تغییر شکل فاز جامد بر جریان سیال نیز امر مهمی است که باید در شبیه‌سازی لحاظ شود. در همین راستا و در ادامه الگوهای چند مقیاسی ارائه شده و با توجه به مهم بودن لحاظ کردن تغییر شکل فاز جامد، در سال ۲۰۱۵ طاهری و همکاران الگوی چند مقیاسی چند فیزیکی ترکیبی M^3GM را ارائه کردند که مبنای اصلی تحقیق حاضر نیز می‌باشد [۱۹]. در مدل ذکر شده، تغییر شکل‌های فاز جامد توسط معادلات کشسان محاسبه می‌شود. سپس تاثیر سنگ‌های اطراف در تغییر شکل مخزن لحاظ می‌شود [۲۰].

در مطالعات ژئوتکنیکی استفاده از یک مدل جامع هیدرولیکی و مکانیکی برای سنگ‌ها و خاک‌های اشباع و نیمه اشباع همواره مورد بحث بوده است. تاثیر درجه اشباع و کرنش حجمی بر رفتار مکانیکی و هیدرولیکی مدل مشخصه نیز همواره امر مهمی بوده و هست. در همین راستا و به منظور الگوی M^3GM که مبنای تحقیق حاضر بوده نیز از مدل جامع یکپارچه برای شبیه‌سازی دقیق‌تر فاز جامد جامد استفاده شده است. این الگو در سال ۲۰۱۸ با عنوان الگوی $CASM$ یا الگوی سطح پیرامونی یکپارچه توسط مقدم و همکاران و در راستای بهبود مشکلات ناشی از انتگرال‌گیری عددی صریح در مدل‌ها، با به‌کارگیری روش انتگرال‌گیری ضمنی برای مدل‌سازی رفتار رس و ماسه و همچنین برای شبیه‌سازی روانگرایی ماسه ارائه شد [۲۲]. نتایج بدست آمده از الگوی $CASM$ نشان داد که این الگو

در معادله فوق p فشار سیال است. با در نظر گرفتن رابطه بین کرنش و تغییر شکل و تعریف کرنش حجمی و سرعت فاز جامد خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} \frac{D^s \phi}{Dt} \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \frac{K k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \cdot [-\nabla p + \rho_{\alpha} g]) \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \frac{\varepsilon_{vol}}{\Delta t} = \dot{m}_{\alpha} \end{aligned} \quad (8)$$

همچنین درجه اشباع فازی نیز به صورت معادله ۹ در نظر گرفته می‌شود.

$$\sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} = 1 \quad (9)$$

پس معرفی معادلات فازی اصلی، معادلات الگوی چند مقیاسی چند فیزیکی بیان می‌شود:

پس از گسسته‌سازی معادله ۸ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \phi_{\alpha}^{n+1} \frac{\rho_{\alpha}^{n+1} S_{\alpha}^{n+1} - \rho_{\alpha}^n S_{\alpha}^n}{\Delta t} \\ & + \rho_{\alpha}^n S_{\alpha}^n \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \\ & - \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^{n+1} \lambda_{\alpha} (\nabla p^{n+1} - \rho_{\alpha}^{n+1} g \nabla z)) \\ & + \phi^{n+1} \rho_{\alpha}^{n+1} S_{\alpha}^{n+1} \frac{\varepsilon_v^{n+1} - \varepsilon_v^n}{\Delta t} = \rho_{\alpha}^{n+1} q_{\alpha} \end{aligned} \quad (10)$$

پس از جداسازی دانسیته فازی و برای بدست آوردن معادله فشار و پس از جمع فازها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} + \frac{-\phi^n}{\Delta t} \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^{n+1} \rho_{\alpha}^n S_{\alpha}^n \\ & - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^{n+1} \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^{n+1} \lambda_{\alpha} (\nabla p^{n+1} \\ & - \rho_{\alpha}^{n+1} g \nabla z)) + \phi^{n+1} \frac{\varepsilon_v^{n+1} - \varepsilon_v^n}{\Delta t} = q_t \end{aligned} \quad (11)$$

جایی که $q_t = \sum_{\alpha=1}^{n_p} q_{\alpha}$ دبی و B_{α} فاکتور حجمی (عکس دانسیته فازی) است. خطی‌سازی معادله فوق، معادله تکرار شونده فشار را نتیجه می‌دهد.

$$\begin{aligned} & C_c(p_{n_p}^{v+1} - p^v) \\ & - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^v \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^v \lambda_{\alpha} \nabla p^{v+1}) \\ & = \frac{-\phi^v}{\Delta t} + \frac{\phi^n}{\Delta t} \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^{n+1} \rho_{\alpha}^n S_{\alpha}^n + q_t \\ & - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_{\alpha}^v \nabla \cdot (\rho_{\alpha}^{v2} \lambda_{\alpha} g \nabla z) - \phi^v \frac{\varepsilon_v^v - \varepsilon_v^n}{\Delta t} \end{aligned} \quad (12)$$

گام‌های تکرار جدید و قدیمی با v و $v+1$ نشان داده می‌شوند. در

است. در ادامه و با توجه به تعریف سرعت نسبی که به صورت $w = v_{\alpha} - v_s$ است و با کمی کار ریاضی داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{D^s}{Dt} (\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} w_{\alpha}) \\ & + \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \nabla v_s = \dot{m}_{\alpha} \end{aligned} \quad (2)$$

پس از جمع کردن فازها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} \frac{D^s \phi}{Dt} \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} w_{\alpha}) \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \nabla v_s \\ & = \dot{m}_{\alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

معادله ۳ معادله کلی حرکت سیال در محیط متخلخل است. این در حالی است که بدست آوردن اندرکنش رفتار هر فاز معادله تعادل ممتموم هر فاز نیز باید در نظر گرفته شود. برای بررسی تعادل ممتموم در فازهای سیال چند فرض در نظر گرفته می‌شود:

- جریان سیال از قانون دارسی پیروی می‌کند.
- از سرعت و شتاب کوچک فاز جامد صرف نظر می‌شود.
- ذرات جامد تراکم ناپذیر هستند.

معادله خطی تعادل ممتموم فازهای سیال به صورت زیر است:

$$\phi_{\alpha} S_{\alpha} w_{\alpha} = \lambda_{\alpha} \cdot (-\nabla p + \rho_{\alpha} g) \quad (4)$$

در معادله فوق λ_{α} تانسور تحرک پذیری فاز است که به صورت معادله $\lambda_{\alpha} = \frac{K k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}}$ تعریف می‌شود. در این معادله K تانسور نفوذپذیری مطلق است، $k_{r\alpha}$ نفوذپذیری نسبی و μ_{α} ویسکوزیته هر فاز است. جایگذاری معادله ۴ در معادله ۳ و با در نظر گرفتن قابلیت تحرک فازی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \phi \frac{D^s}{Dt} \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^{n_p} S_{\alpha} \rho_{\alpha} \frac{D^s \phi}{Dt} \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \nabla \cdot (\rho_{\alpha} \frac{K k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \cdot [-\nabla p + \rho_{\alpha} g]) \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} \phi S_{\alpha} \rho_{\alpha} \nabla v_s = \dot{m}_{\alpha} \end{aligned} \quad (5)$$

در ادامه معادله تعادل فاز جامد به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho g = 0 \quad (6)$$

توجه به این نکته ضروری است که در مکانیک سنگ عموماً تنش موثر در نظر گرفته می‌شود به همین منظور در معادله تنش موثر خواهیم داشت:

$$\sigma' = \sigma - I p \quad (7)$$

ادامه:

$$C_c = -\phi^v \sum_{\alpha=1}^{n_p} \left. \frac{\partial B_\alpha}{\partial p} \right| \rho_\alpha^n S_\alpha^n \quad (13)$$

 در معادله ۱۳ C_c ضریب تراکم پذیری است. در ادامه ترم همرفتی به

صورت:

$$\begin{aligned} & \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^v \lambda_\alpha \nabla p^{v+1}) \\ & \approx \nabla \cdot (\lambda_t \cdot \nabla p^{v+1}) - \nabla \cdot (\lambda_t \cdot \nabla p^v) \\ & + \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^v \lambda_\alpha \nabla p^v) \end{aligned} \quad (14)$$

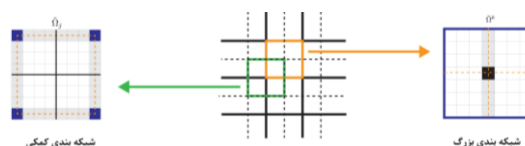
با جایگذاری معادله ۱۴ در معادله ۱۲ خواهیم داشت:

$$\frac{C_c}{\Delta t} (p^{v+1} - p^v) - \nabla \cdot (\lambda_t \cdot \nabla p^{v+1}) = RHS^v \quad (15)$$

که در معادله ۱۵

$$\begin{aligned} & RHS^v \\ & = -\frac{\phi^v}{\Delta t} + \frac{\phi^n}{\Delta t} \left(\sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^{n+1} \rho_\alpha^n S_\alpha^n \right) + q \\ & - \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^{v2} \lambda g \nabla z) - \phi^v \frac{\varepsilon_v^n - \varepsilon_v^v}{\Delta t} \\ & - \nabla \cdot (\lambda_t \cdot \nabla p^v) + \sum_{\alpha=1}^{n_p} B_\alpha^v \nabla \cdot (\rho_\alpha^v \lambda_\alpha \nabla p^v) \end{aligned} \quad (16)$$

ساختار روش چند مقیاسی احجام محدود بر پایه دو دسته شبکه‌بندی به نام‌های شبکه‌بندی بزرگ (شکل ۱ سمت راست) و شبکه بندی کمکی (شکل ۱ سمت چپ) است. شبکه بزرگ شامل M سلول بزرگ ($\Omega_k \in [1, M]$) و شبکه کمکی شامل N سلول کمکی ($\Omega^h \in [1, N]$) است.



شکل ۱- شبکه‌بندی بزرگ (سمت راست) و شبکه‌بندی

کمکی (سمت چپ)، نحوه قرارگیری شبکه‌بندی‌ها و مرز شبکه‌ها و مرکز سلول‌ها

ساختار $MSFV$ دارای دو اپراتور اصلی است. اولی با استفاده از انتگرال‌گیری روی فشارهای ریز مقیاس که از دو سری توابع پایه و اصلاحی Φ^h و Φ_k^h بدست می‌آیند، تاثیر نفوذپذیری را به مقیاس بالاتر می‌برد. اپراتور دوم از توابع فوق برای بدست آوردن فشار ریز مقیاس پایستار استفاده می‌کند. بر خلاف روش‌های کلاسیک، این اپراتورها توابع تحلیلی نیستند بلکه از حل عمومی و خصوصی معادله

۱۵ بدست می‌آیند. به طور دقیق‌تر، توابع پایه و اصلاحی جواب‌های عمومی و خصوصی معادله ۱۵ با در نظر گرفتن شرایط مرزی کاهش یافته بر بعد هستند.

$$(\tilde{n}^h \cdot \nabla) ((\lambda_t \cdot \nabla \Phi_k^h) \cdot \tilde{n}^h) = 0 \quad (17)$$

$$(\tilde{n}^h \cdot \nabla) ((\lambda_t \cdot \nabla \Phi^h) \cdot \tilde{n}^h) = RHS^v \quad (18)$$

در معادلات فوق $\tilde{n}^h$ بردار نرمال به سمت بیرون از مرز $\partial\Omega^h$ است. شرایط مرزی در گره‌های مرکز شبکه کمکی x_l به صورت $\Phi_k^h(x_l) = \delta_{kl}$ و $\Phi^h(x_l) = 0$ است. شایان ذکر است که ساینز پدیده‌های فیزیکی نظیر کاپیلاری، تبادل جرم بین فازها در RHS معادله ۱۸ با توزیع توابع اصلاحی دیده شده است. با روی هم‌گذاری دو دسته از توابع شکل فشار ریز مقیاس به صورت زیر بدست می‌آید.

$$p_f(x) \approx p'(x) = \sum_{h=1}^N \left[\sum_{k=1}^M \Phi_k^h(x) \bar{p}_k + \Phi^h(x) \right] \quad (19)$$

در معادله فوق $\bar{p}_k$ فشار در مرکز گره‌های هر سلول بزرگ x_k است. با جایگذاری معادله ۱۹ در معادله ۱۵ و انتگرال‌گیری در سلول‌های بزرگ و با اعمال قانون گاوس خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_l} \frac{C_c}{\Delta t} \left(\sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^h \right) - p^v \right) d\Omega \\ & - \int_{\partial\Omega_l} \left(\lambda_t \cdot \sum_{h=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \Phi_k^h \bar{p}_k^{v+1} + \Phi^h \right) \right) \cdot \tilde{n}_l d\Gamma = \int_{\Omega_l} RHS^v \end{aligned} \quad (20)$$

نتیجه معادله فوق یک دستگاه معادله غیر خطی تکرار شونده است.

$$A_{lk} \bar{p}_k^{v+1} = b_l^v \quad (21)$$

$$A_{lk} = \sum_{h=1}^N \left(\int_{\Omega} \frac{C_c}{\Delta t} \Phi_k^h d\Omega - \int_{\partial\Omega_l} (\lambda_t \cdot \nabla \Phi_k^h) \cdot \tilde{n}_l d\Gamma \right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & b_l^v = \int_{\Omega} \left(RHS^v + \frac{C_c}{\Delta t} p^v \right) d\Omega \\ & - \sum_{h=1}^N \left(\int_{\Omega} \frac{C_c}{\Delta t} \Phi^h d\Omega - \int_{\partial\Omega_l} \lambda_t \cdot \nabla \Phi^h \cdot \tilde{n}_l d\Gamma \right) \end{aligned} \quad (23)$$

روند تکرار ادامه پیدا می‌کند تا به حد همگرایی $\|p^{v+1} - p^v\| < \beta$ برسد.

در رابطه فوق p_i فشار ریز مقیاس و A سطح مقطع هر سلول است.

۲-۳- الگوی خمیری

فرمول‌بندی کلی الگو به صورت تنش سه محوری در سنگ است. با توجه به تعاریف فرمول‌های تنش موثر میانگین و تفاضلی که به ترتیب با p' و q نمایش داده می‌شوند. در نهایت فرض شده که افزایش مولفه کرنش با استفاده از دو قسمت کشسان و خمیری صورت گرفته است. پس از بیان تعاریف پارامترهای کلی نوبت به تعریف حالت بحرانی در سنگ می‌رسد. این حالت در سنگ زمانی رخ می‌دهد که نسبت تنش و اتساع به صفر رسیده و کرنش برشی رخ خواهد داد. در مدل حاضر این حالت به صورت یک خط در فضای $e - \ln p'$ نشان داده شده است. در معادلات زیر به ترتیب بیان شده است:

$$e_{cr} = e_r - \lambda_{cr} \ln p' \quad (۳۳)$$

$$q = M_{cr} p' \quad (۳۴)$$

در ادامه و برای معرفی رفتار کشسان الگو مدول‌های حجمی و برشی تعریف می‌شوند:

$$K = \frac{vp'}{\kappa} \quad (۳۵)$$

$$G = \frac{3(1-2\mu)}{2(1+\mu)} K \quad (۳۶)$$

در روابط ذکر شده $v = 1 + e$ حجم مخصوص، K شیب خط بارگذاری-باربرداری در صفحه $v - \ln p'$ و μ نشان‌دهنده نسبت پواسون است.

در الگوی اصلی نیز ذکر شد که فاز جامد در اجزا محدود بخشی از ماتریس کشسان را شامل می‌شود. اما رفتار خمیری الگو با توجه به الگوهای کلاسیک نیست. چرا که در الگوهای کلاسیک ناحیه داخلی سطح تسلیم کاملاً کشسان است [۲۱]. این فرض باعث می‌شود که در چنین الگوهایی رفتار سنگ تا رسیدن به مقدار تسلیم، از حالت کشسان فراتر نرود و هنگامی که سنگ به سطح تسلیم رسید پس از آن رفتار خمیری را شبیه‌سازی می‌کند. این امر یعنی پیش‌بینی کشسانی تا سطح تسلیم و سپس رفتار خمیری، باعث ایجاد یک رفتار جهشی از کشسان به خمیری در سنگ خواهد شد. این در حالی است که مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که رفتار در سنگ‌ها برای گذار از کشسان به خمیری به صورت تدریجی است.

در الگوی حاضر و به منظور رفع این نقص و پیش‌بینی و شبیه‌سازی دقیق‌تر از رفتار سنگ برای گذار از حالت کشسان به خمیری از مفهوم سطح پیرامونی و مفهوم سطح زیر بارگذاری استفاده شده است. مفهوم سطح پیرامونی در ابتدا توسط دافالیاس و پوپوف و مفهوم سطح زیر بارگذاری توسط هاشیگوچی ارائه شدند [۲۳].

در نظریه سطح پیرامونی این موضوع مطرح است و فرض می‌شود که تغییر شکل‌های خمیری از همان ابتدای اعمال بار آغاز شده است. در

میدان فشار بدست آمده پایستار نیست که این شرط برای حل معادله انتقال ضروری است. در نتیجه یک گام دیگر در راستای پایستارسازی میدان فشار نیاز است. قبلاً بیان شد که میدان فشار برای بدست آوردن شار ریز مقیاس در هر سلول بزرگ اعمال می‌شود. معادله ۱۵ با شرایط مرزی نیومن در فشار ریز مقیاس حل می‌شود.

$$-\nabla \cdot (\lambda_t \nabla p) = RHS^v \quad (۲۴)$$

با، $-\lambda_t \nabla p'$ در $\partial \Omega_k$. میدان فشار جدید p' پایستار است و می‌تواند برای حل معادله جرم (معادله ۳) مورد استفاده قرار گیرد.

۲-۲- گسسته‌سازی فاز جامد و ساختار FE

به منظور گسسته‌سازی معادله ممنوم فاز جامد از روش گلرکین با صرف نظر از نیروهای حجمی استفاده می‌شود:

$$\int_{\Omega} W_u^t (L^T \sigma - \rho g) d\Omega + \int_{\Gamma_u} \bar{W}_u^t (L^T \sigma - \bar{t}) d\Gamma = 0 \quad (۲۵)$$

در معادله فوق W_u^t و $\bar{W}_u^t$ توابع وزنی بر مرزها هستند. L ثابت تانژانت اسکلت و $\bar{t}$ مقدار نیروی خارجی بر مرزهای محیط است. با اعمال قانون گاوس در جایی که $B = LN_u$ خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma \quad (۲۶)$$

که در معادله فوق N_u تابع شکل است. با اعمال روابط تنش کرنش معادله به صورت:

$$\int_{\Omega} B^T (D \epsilon) d\Omega = \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (۲۷)$$

در معادله فوق D ماتریس خمیری است. در ادامه با به‌کارگیری روابط تنش و تغییر مکان و به‌کارگیری توابع شکل اشاره شده و با استفاده از رابطه $B = LN_u$ خواهیم داشت:

$$\left[\int_{\Omega} B^T DB d\Omega \right] \hat{u} = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (۲۸)$$

که دستگاه معادله زیر را برای تغییر مکان گره‌ای $\hat{u}$ ایجاد می‌کند.

$$K \hat{u} = F \quad (۲۹)$$

که در آن:

$$K = \left[\int_{\Omega} B^T DB d\Omega \right] \quad (۳۰)$$

$$F = - \int_{\Gamma^N} N_u^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} B^T (pm) d\Omega \quad (۳۱)$$

دومین بخش از سمت راست معادله به نام F_2 با انتگرال‌گیری بر روی تمام سلول‌های ریز در داخل یک سلول درشت بدست می‌آید.

$$F_2 = \sum_{i=1}^{i=nfs} B_i^T p_i \cdot m \cdot A \quad (۳۲)$$

$$F(\sigma) = \left(\frac{q}{M_{cr}p'}\right)^N + \ln\left(\frac{p'}{p_c}\right)/\ln(R) \quad (38)$$

که در آن N و R فراسنج‌های ماده هستند. فراسنج ماده N شکل سطح بارگذاری را کنترل می‌کند و فراسنج R نسبت بین مقادیر p'_c و p' را در نقطه برخورد سطح تسلیم و خطی حالت بحرانی را بیان می‌کند.

همچنین تابع سطح پیرامونی به صورت:

$$F(\sigma_j) = \left(\frac{q_j}{M_{cr}p'_j}\right)^N + \ln\left(\frac{p'_j}{p_{cj}}\right)/\ln(R) \quad (39)$$

است.

برای توضیح و شرح رفتار تنشی و کرنشی سنگ‌ها، خصوصاً سنگ‌های مخازن نفتی که عموماً کربناته یا رسی و ماسه‌ای هستند، ایجاد رابطه بین نرخ کرنش حجمی خمیری و نرخ کرنش تفاضلی خمیری یک موضوع اساسی است. به این ارتباط قانون اتساع گفته می‌شود [24].

با توجه به این قانون در مدل‌سازی رفتار سنگ‌های رسی و ماسه‌ای رابطه باید به خوبی رفتار این دو نوع سنگ را طی بارگذاری توصیف کند.

قانون اتساع عمومی طبق معادله زیر بدست می‌آید [49]:

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{d_0}{M_{cr}} (M_{cr}e^{\beta\psi} - \eta) \quad (40)$$

در معادله فوق d بیانگر اتساع، $d\varepsilon_v^p$ افزایش کرنش حجمی خمیری، $d\varepsilon_q^p$ افزایش کرنش تفاضلی خمیری، d_0 و β فراسنج‌های ماده و η مشخص کننده نسبت تنش است.

برای بهتر نشان دادن رفتار خمیری سنگ، در الگوی پیشنهادی راستای بردار کرنش خمیری به وسیله بردار عمود بر سطح پتانسیل خمیری تعیین می‌شود. این تابع که به نام تابع پتانسیل خمیری معروف است با انتگرال گیری از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Q(\sigma) = \frac{q}{p'} + \frac{d_0 e^{\beta\psi}}{1 - \frac{d_0}{M_{cr}}} \left[1 - \left(\frac{p'_0}{p'}\right)^{1 - \frac{d_0}{M_{cr}}} \right] \quad (41)$$

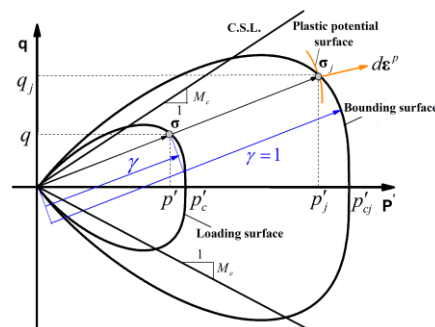
که در آن p'_0 اندازه سطح پتانسیل خمیری را تعیین می‌کند. با این حال این متغیر، در محاسبات کرنش خمیری تاثیری ندارد و با مشتق گیری از رابطه تابع پتانسیل خمیری، از محاسبات حذف می‌شود [20].

اما یک بخش مهم در الگوی خمیری استفاده شده در مدل ارتقا یافته قانون جریان ناهمراه در مدل کردن تغییر شکل‌های خمیری است. با توجه به تعریف این قانون که بیان می‌کند که راستای بردار کرنش خمیری هم‌جهت با بردار عمود بر سطح پتانسیل خمیری است رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot m \quad (42)$$

که در آن $m = \frac{\partial Q}{\partial \sigma} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\|$ مشخص کننده بردار یکه عمود بر

ادامه فرض می‌شود که بخش کشسان به یک نقطه کاهش می‌یابد [23]. دو سطح داخلی و خارجی برای توصیف این نوع رفتار استفاده می‌شود. توصیف این دو سطح فرضی به این صورت است که سطح داخلی به عنوان سطح بارگذاری در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌شود که نقطه تنش قطعاً از این سطح عبور می‌کند. سطح پیرامونی در این نظریه همان سطح خارجی است. تصویر حالت تنش روی این سطح قرار می‌گیرد.



شکل ۲- سطح بارگذاری، سطح پیرامونی و قانون نگاشت شعاعی طبق نظریه سطح پیرامونی [24].

اما برای توضیح چگونگی تصویر شدن حالت تنش بر سطح پیرامونی از قانون نگاشت شعاعی استفاده شده است. بر این اساس، نقطه تنش تصویر بر روی سطح پیرامونی به وسیله خط مستقیم که از مبدا فضای تنشی و نقطه تنش فعلی بر روی سطح بارگذاری عبور می‌کند، تنش تصویر را بر روی سطح پیرامونی مشخص می‌کند [21].

با توجه به تشابه هندسی سطح بارگذاری و پیرامونی، رابطه زیر برای مولفه‌های تنش برقرار است:

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_j} = \frac{q}{q_j} = \frac{p'}{p'_j} = \frac{p'_c}{p'_{cj}} \quad (37)$$

در این معادله، γ با عنوان نسبت اندازه سطوح تعریف شده و میزان دوری یا نزدیکی سطح بارگذاری به سطح پیرامونی را تعیین می‌کند. در رابطه بالا، σ مشخص کننده حالت تنش فعلی، p' مولفه تنش موثر میانگین و q مولفه تنش تفاضلی مربوط به حالت تنش فعلی هستند. بعلاوه، σ_j بیان کننده حالت تنش تصویر بر روی سطح پیرامونی، p'_j مولفه تنش موثر میانگین و q_j مولفه تنش تفاضلی متناظر با حالت تنش تصویر هستند. همچنین، p'_c اندازه سطح بارگذاری را کنترل می‌کند و p'_{cj} پارامتر سخت‌شوندگی ایزروتروپیک است و اندازه سطح پیرامونی را تعیین می‌کند [21].

پس از بیان سطح پیرامونی نوبت به سطح بارگذاری است. برای توصیف این سطح در سنگ‌ها از تابع تسلیم یو در الگو استفاده شده است.

این تابع طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

الگوی کشسان به صورت نیرو به مدل بازگردانده می‌شود تا با میزان تنش حاصله از حل معادله جرم مقایسه شده و به معادله تعادل بازگردد و این دو سری معادله همگرا شوند.

۲-۵- اندرکنش فازهای سیال و جامد

در بخش‌های گذشته بیان شده که برای حل موضوع اندرکنش دو راهکار اصلی وجود دارد. یکی حل صریح و دیگری حل دو طرفه تکرار شونده. برای مدل پایه و همچنین مدل کشسان خمیری که برای ارتقا مدل پایه استفاده شده از روش حل دو طرفه تکرار شونده استفاده شده است. این روش برای ایجاد و حل اندرکنش میان ساختار روش چند مقیاسی احجام محدود که برای فاز سیال است و همچنین روش اجزای محدود که فاز جامد را مدل کرده است به کار می‌رود. برای این کار دستگاه معادلات سیال و جامد با حلقه تکرار نیوتن رافسون به هم مرتبط می‌شود. برای ورودی روش اجزای محدود برای بدست آوردن تغییر شکل‌ها از فشار چند مقیاسی پایستار استفاده شده است که در پهنه سلول‌های اجزا محدود به کار گرفته می‌شود. تعداد درجه آزادی‌های سلول‌های اجزا محدود ۲ است. اما همانطور که اشاره شد روش استفاده شده برای اندرکنش روش تکرار شونده است. در نتیجه برای همگرایی معادلات باید فشار محاسبه شده باز به چرخه محاسبه باز گردد تا همگرایی اتفاق بیفتد. روش عملکرد به این صورت است که در ابتدا و پس از هر گام زمانی در مرحله اول قابلیت تحرک فازی بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که این قابلیت تحت تأثیر تغییر درجه اشباع است. پس از بررسی شدن این مقدار و در صورتی که قابلیت تحرک فازی از حد مجاز خودش بیشتر باشد توابع پایه دوباره محاسبه شده و به‌روزرسانی می‌شوند. اگر قابلیت تحرک فازی در محدوده مجاز باشد مسئله به حلقه تنیده‌سازی دو فاز دیگر یعنی سیال و جامد وارد می‌شود. این حلقه جایی است که تابع اصلاحی فشار را محاسبه می‌کند و مقادیر وابسته به فشار به‌روزرسانی می‌شوند. در نتیجه این توابع بر مبنای فشار به‌روزرسانی می‌شوند. پس از این عملیات و استخراج توابع اصلی از روابط (۱۷) و (۱۸) دستگاه معادلات تشکیل شده و ماتریس ضرایب و بردار سمت راست معادله تشکیل می‌شود. در ادامه حل مسئله فشارهای درشت مقیاس استخراج شده و پس از آن با استفاده از رابطه (۱۹) فشار ریز مقیاس بدست می‌آید. در این مرحله نیز یک حد برای بررسی عدم تجاوز میزان فشار ریز مقیاس در دو گام متوالی در نظر گرفته شده است. اگر این تفاضل از حد تعیین شده فراتر نرود معادله فشار بر مبنای فشارهای ریز مقیاس حل می‌شود. اما اینجا جایی است که الگوی کشسان خمیری وارد عمل می‌شود. به این صورت که خروجی معادله جرم فشار است، همانطور که بیان شد پس عبور از شرایط ذکر شده وارد معادله تعادل شده و تغییر شکل‌ها را خروجی می‌دهد. خروجی معادله تعادل، تغییر شکل‌های فاز پهنه جامد است. در مدل پایه این تغییر شکل به معادله جرم برگشته

سطح پتانسیل خمیری است و راستای بردار کرنش خمیری بوسیله این بردار تعیین می‌شود. همچنین $d\lambda$ ضریب خمیری است [۲۴]. همچنین میزان افزایش کرنش خمیری مولفه‌های حجمی و تفاضلی با استفاده از روابط زیر بدست می‌آید:

$$d\varepsilon_p^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial p} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot m_p \quad (43)$$

$$d\varepsilon_q^p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial q} / \left\| \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\| = d\lambda \cdot m_q \quad (44)$$

۲-۴- تعیین حالت کشسان یا خمیری

در ادامه فرایند مدل‌سازی و هنگامی که تغییر شکل وارده به الگو وارد می‌شود، نوبت به مدل‌سازی فضای بارگذاری و تعیین نوع تغییر شکل سنگ بر مبنای میزان تنش‌ها و در ادامه تغییر شکل می‌رسد. در این هنگام در هر گام بارگذاری حالت تنش با فرض اینکه کرنش‌ها کشسان هستند به این صورت محاسبه می‌شود:

$$\sigma^{Trial} = \sigma_n + D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1} \quad (45)$$

در این معادله σ^{Trial} مشخص کننده تنش حالت کشسان، n و $n+1$ به ترتیب نشان‌دهنده گام پیشین و گام فعلی و D^e ماتریس فراسنج کشسان ماده است. در طول این فرآیند، رفتار ماده کشسان فرض شده و دیگر متغیرهای حالت ثابت می‌مانند و برابر با حالت پیشین خود می‌باشند. در ادامه فرآیند، مقدار تنش حالت کشسان و دیگر متغیرهای حالت در فرآیند تصحیح کننده خمیری اصلاح می‌شوند [۲۱].

اما هنگامی که میزان تنش‌ها فراتر رود فرایند تصحیح خمیری ایجاد می‌شود. در این هنگام میزان تنش کشسان مشخص شده در فرایند قبل، قانون جریان، قانون سخت شوندگی و تغییرات اندازه سطوح به طوری اصلاح می‌شوند که شرط سازگاری برقرار باشد. در این فرایند معادلات زیر درگیر خواهند بود.

معادله تعادل:

شرط لازم در این معادله همواره برقرار بودن حالت تنش است. به این معنی که میزان تنش باید تعادل را برقرار نماید.

$$d\sigma = D^e d\varepsilon^e \quad (46)$$

با انتگرال‌گیری در گام‌های مختلف از رابطه فوق و جایگذاری آن در رابطه (۴۵) معادله زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{n+1} = \sigma^{Trial} - D_{n+1}^e d\varepsilon_{n+1}^p \quad (47)$$

به منظور بوجود آمدن کرنش‌های خمیری باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$d\gamma = U(\gamma) \parallel d\varepsilon^p \parallel, \parallel d\varepsilon^p \parallel \neq 0 \quad (48)$$

پس با انتگرال‌گیری ضمنی عددی از این معادله داریم:

$$\gamma_{n+1} = \gamma_n - u \ln(\gamma_{n+1}) d\lambda \quad (49)$$

پس از آن و با ارضا شدن شروط سازگاری و قانون سخت شوندگی همسانگرد دستگاه معادلات غیر خطی تشکیل شده که برای حل آن از روش تکرار نیوتن رافسون استفاده شده است. پس از حل خروجی

گام جهت پایستاری جرمی برای حل معادله انتقال ضروری است. در نهایت پس از استخراج فشارهای پایستار درجه اشباع فازهای سیال تعیین می شود و معادله درجه اشباع حل می شود. علاوه بر موارد ذکر شده خصوصیات فیزیکی نظیر تخلخل نیز همواره به روزرسانی می شود. در همین راستا و با استفاده از معادله بقای جرم فاز جامد:

$$\phi = (1 - (1 - \phi_0) \exp[-\varepsilon_{vol}]) \quad (50)$$

جدول ۱ - الگوریتم الگو، گام های زمانی اصلی و حلقه تکرار

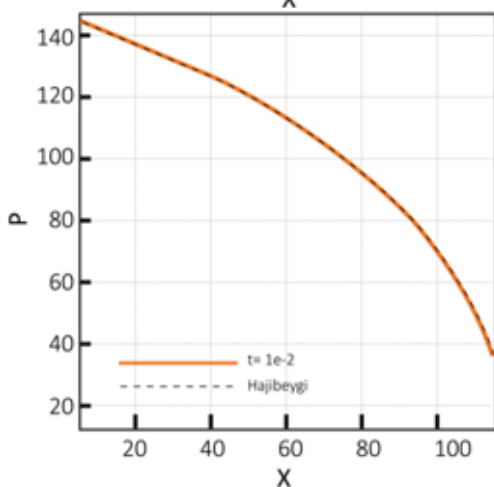
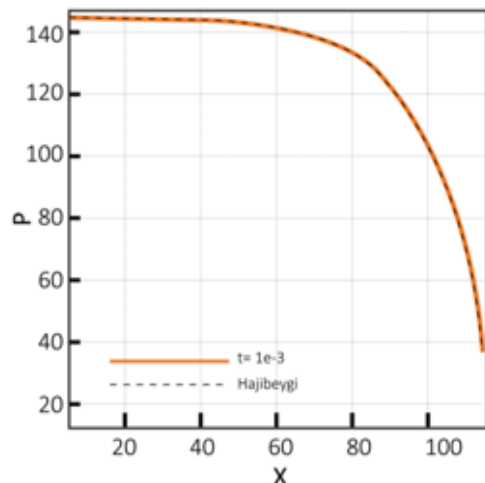
PM ³ GM Pseudo Code
شروع شبیه سازی
$n = 1$
do
گام زمانی I: حلقه
$v_c = 1, p^{v_c} = p^n$
do
حلقه تکرار شونده نیوتن کوپل کننده II: حلقه
$p_p = 1, p^{v_p} = p^{v_c}$
do
تکرار برای فشار III: حلقه
به روزرسانی توابع اصلاحی
حل معادله خطی شده فشار
$\Rightarrow p^{v_{p+1}}$
$v_p = v_p + 1$
(همگرایی معادله فشار غیر خطی) تا
الگوی CASM
بررسی تنش های کشسان یا خمیری
حل دستگاه معادلات غیر خطی
محاسبه کرنش حجمی و به روزرسانی تخلخل
به روزرسانی تنش و فشار در معادله
$p^{v_{c+1}} = p^{v_p}$
همگرایی دستگاه معادلات فشار و دستگاه ژئومکانیک (تا)
اعمال شار پایستار
حل معادله انتقال
$S_{\alpha}^{n+1} = S_{\alpha}^n$
تا (پایان شبیه سازی)

۲-۶- صحت سنجی الگو

به منظور صحت سنجی الگو ابتدا از مسئله تزریق گاز ایده آل در محیط پنج نقطه ای متخلخل همگن استفاده شده است. این مسئله توسط حاجی بیگی [۳۱] در سال ۲۰۱۲ مورد بررسی قرار گرفت. در این مسئله نیز از شرط شرایط مرزی کاهش یافته بر بعد استفاده شده است. فشار اتمسفریک اولیه محیط 14.7 Psi فرض شده و از شرط جاذبه صرف نظر شده است. گاز ایده آل از گوشه سمت چپ دامنه و از سلول ریز (۱،۱) تزریق شده و تولید و استخراج از گوشه ی بالا سمت راست سلول ریز (۲۲۰، ۵۰) ادامه دارد. در فشار اتمسفریک بیان شده، میزان ویسکوزیته ۱۰ در نظر گرفته شده است.

می شد تا همگرایی ایجاد شود. اما در این مرحله تغییر شکل های خروجی از معادله تعادل وارد مدل کشسان خمیری می شود. لازم به یادآوری است که در این مرحله تغییر شکل های خروجی از این معادله کشسان هستند و هنوز محاسبات تنش کرنش روی آن ها صورت نگرفته است. همچنین سیستم و مدل کرنش خمیری استفاده شده است مدل کرنش کنترل است و از ورودی کرنش برای انجام محاسبات استفاده می کند. تغییر شکل خروجی از معادله تعادل وارد برنامه کشسان خمیری شده و برنامه آن را به صورت تنش خروجی می دهد. در این مرحله مشخص می شود که آیا با تنش محاسبه شده تغییر شکل در محدوده کشسان باقی می ماند یا به مرحله کشسان خمیری یا حتی خمیری وارد می شود. در زیر برنامه کشسان خمیری ابتدا مشخص می شود که ورودی مدل داده شده زهکشی شده است یا زهکشی نشده است. سپس با استفاده از تابع پتانسیل و سطح تسلیم جدید و یکپارچه اقدام به محاسبه تنش خروجی می کند. برای همگرایی و همانطور که بیان شد در این برنامه نیز از حلقه نیوتن رافسون استفاده شده است. همچنین لازم به یادآوری است که در این برنامه نیز از مفهوم تنش موثر استفاده می شود. با استفاده از شرط تابع تسلیم و چک کردن سطح تسلیم و عبور کردن یا نکردن از محدوده کشسان دستگاه معادلات تشکیل شده و با روش دو طرفه تکرار شونده و حلقه نیوتن رافسون حل می شود. تنش خروجی نیز به نیرو تبدیل شده و به صورت خروجی برنامه است. لازم به توضیح است که ساختار عملکرد برنامه به این صورت است که محاسبات ابتدایی در برنامه پایه بر مبنای حالت کشسان است. خروجی این محاسبات به عنوان ورودی مدل کشسان خمیری باعث ایجاد یک نیروی غیر تعادلی (unbalanced force) می شود.

در این مرحله اختلاف نیروی بدست آمده از نیروی کشسان محاسبه شده در حل معادله جرم بدست می آید. در این مرحله نیز از نیوتن رافسون استفاده می شود. این اختلاف نیرو به عنوان قسمت سمت راست به نیرو، به معادله تعادل برمی گردد. اما نکته اینجا است که این نیرو دیگر بر مبنای الاستیک نیست و ممکن است کشسان خمیری یا در محدوده خمیری باشد. پس از بازگشت نیرو به معادله تعادل و حل تکرار شونده، خروجی معادله تعادل که تغییر شکل ها و در ادامه آن کرنش های حجمی بود بر مبنای نیروی وارده جدید بدست می آید. سپس این تغییر شکل ها و کرنش های بدست آمده به معادله جرم بازگشته و دوباره این سیکل تکرار می شود. لازم به ذکر است که در این مرحله نیز از نیوتن رافسون استفاده شده است. به عبارتی ۳ دستگاه معادلات باید با همدیگر به صورت مقطعی همگرا شوند. در ادامه این فرایند تغییر شکل ها بر مبنای کشسان خمیری یا خمیری بدست می آیند و اندرکنش فاز سیال و جامد کامل می شود. پس از همگرایی توام فشارهای بدست آمده شار ناشی از فشار حاصله به روی مرزهای هر زیر پهنه اعمال شده و فشار پایستار بدست می آید. این



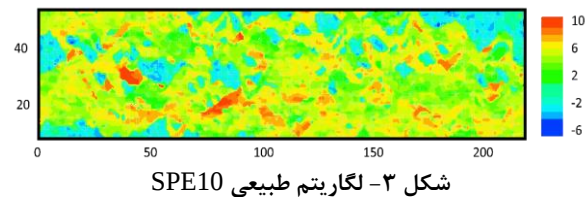
شکل ۵- شبیه‌سازی تغییرات فشار بدست آمده توسط الگوی ارتقا یافته در $t^* = 10^{-3}$ (بالایی) و $t^* = 10^{-2}$ (پایین)

۷-۲- مسئله حرکت سیال در محیط همگن پنج نقطه‌ای

تغییر شکل پذیر

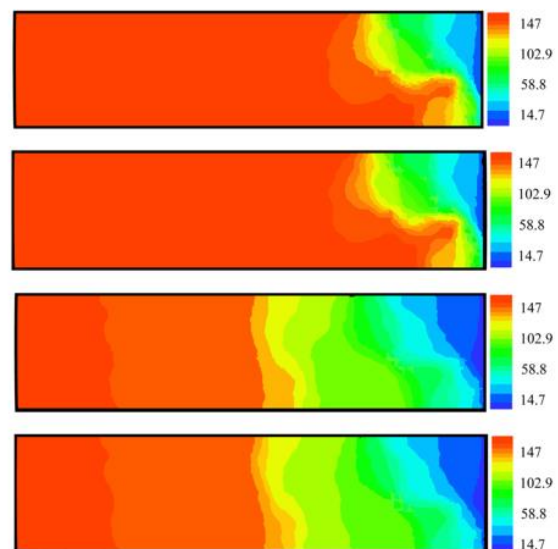
پس از اینکه صحت الگو در شبیه‌سازی حرکت سیال در محیط متخلخل تایید گردید این بار مسئله تزریق آب در محیط همگن متخلخل تغییر شکل پذیر مطرح می‌شود. در این مثال مربعی به ابعاد 44×44 با نفوذپذیری مطلق برابر $K = 2.5 \times 10^{-13} m^2$ در نظر گرفته می‌شود. مخزن به صورت کاملاً پر از نفت و اشباع است. $S_o = 1$ همانطور که در شکل ۶ نشان داده شده است آب از گوشه پایین سمت چپ تزریق و از گوشه بالا سمت راست برداشت شده است. در مرزهای محیط شرایط بدون شار حاکم است. همچنین برای ریز مقیاس، هر سلول درشت حاوی 11×11 سلول ریز است. در نتیجه عامل کاهش تعداد المان، معادل ۱۲۱ لحاظ شده است.

در شکل زیر ابتدا لگاریتم طبیعی لایه SPE10 با ابعاد سلول ریز 220×55 آورده شده است.



شکل ۳- لگاریتم طبیعی SPE10

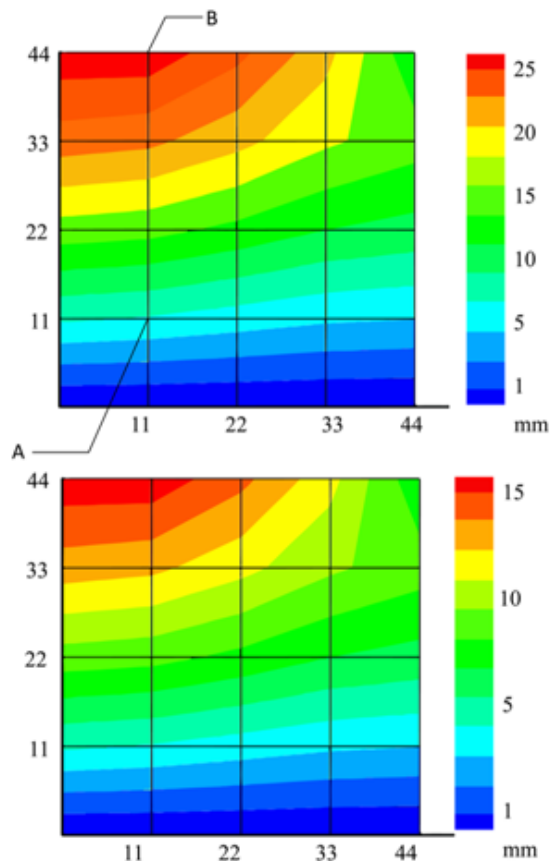
نتایج بعد از $0.132 PVI$ در شکل زیر نمایش داده شده است. شکل ۴ کانتور فشار را نشان می‌دهد.



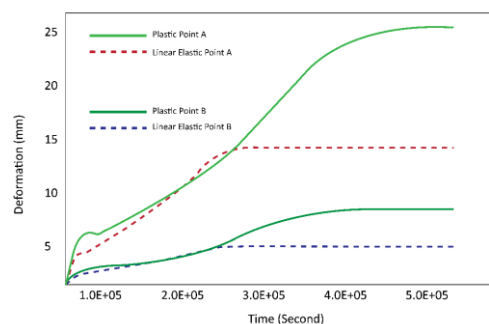
شکل ۴- شبیه‌سازی کانتور فشار بدست آمده توسط الگوی ارتقا یافته (شکل‌های بالا) و حل بر روی ریز مقیاس (شکل‌های پایین) در $t^* = 10^{-3}$ (بالایی) و $t^* = 10^{-2}$ (پایین)

ملاحظه می‌شود که شبیه‌سازی توسط الگوی ارتقا یافته تطابق خوبی با حل بر روی ریز مقیاس در بخش شبیه‌سازی کانتور فشار دارد.

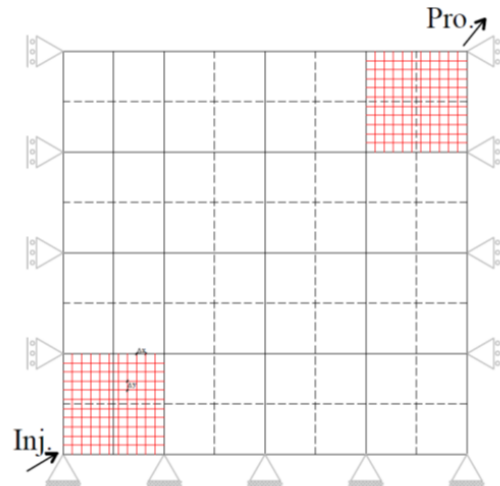
این افزایش فشار باعث برخواست محیط متخلخل می‌شود. در ادامه شرایط فشار همه جانبه از گسیختگی مخزن جلوگیری کرده اما با توجه به حجم تزریق و فشار همه جانبه گذار از حالت کشسان به خمیری با نرخ بیشتری صورت می‌گیرد. مشاهده می‌شود که این گذار در اطراف چاه تزریق با نرخ بالاتری اتفاق افتاده است. اما پس از مدتی و با توجه به قابلیت تحرک فازی، قدری از فشار مخزن کاسته شده و این امر نشست محدودی را ایجاد می‌کند.



شکل ۷- کانتور تغییر شکل در پهنه مخزن در الگوی ارتقا یافته (شکل بالا) و الگوی M^3GM (شکل پایین)



شکل ۸- تغییر شکل مخزن در نقاط A و B



شکل ۶- تزریق آب در پهنه مخزن [۲۰]

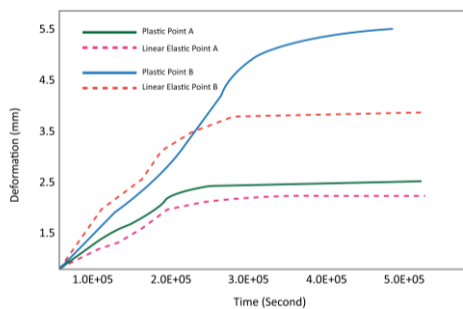
شکل ۷ تغییر شکل‌های بوجود آمده در پهنه مخزن را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود میزان تنش در الگوی ارتقا یافته افزایش یافته و همانطور که بیان شد تنش به حد آستانه می‌رسد اما از ناحیه الاستیک عبور نمی‌کند.

دلیل این امر فرض‌های در نظر گرفته شده در معادلات ساختاری فاز جامد است. حد آستانه و مدل پلاستیک علاوه بر تغییر شکل‌های برگشت پذیر، کرنش‌های برگشت ناپذیر را هم در مدل لحاظ می‌کند. کرنش‌های خمیری و برگشت ناپذیر در ابتدای تزریق که افزایش فشار بالاست در نظر گرفته می‌شوند و با گذشت زمان با توجه به کاهش گرادیان فشار و در نظر گرفتن الگوی کشسان خمیری که کرنش‌های خمیری و گرانیو را لحاظ می‌کند تغییر شکل حاصله اندکی کاهش می‌یابد اما با توجه به شکل تا نزدیکی حد آستانه بالا می‌رود.

همچنین جهت بررسی دقیق‌تر وضعیت تغییر شکل‌ها در پهنه با توجه به شبیه‌سازی در دو الگو دو نقطه با مختصات $A(11,11)$ و $B(44,44)$ انتخاب شده و تغییر شکل آن‌ها در دو حالت حل در مدل با فاز جامد الاستیک و حل با استفاده از مدل خمیری رسم شده است.

همانطور که شکل ۸ نشان می‌دهد، با اصلاح معادلات فاز جامد و ماتریس کشسان و همچنین استفاده از سطح زیر بارگذاری در الگو مقادیر تغییر شکل در الگو افزایش می‌یابد. این افزایش به میزان حدود ۴۰ درصد بیشتر از تغییر شکل در حالت کشسان خطی است. همچنین با توجه به شکل ملاحظه می‌شود که روند تغییر شکل‌ها از حالت خطی به غیرخطی تغییر کرده و پس از گذشت مدتی از زمان به حد ثابت رسیده است و حتی تا حدی کاهش می‌یابد. یکی از دلایل افزایش این میزان تغییر شکل، افزایش فشار مخزن به صورت فشار تزریق است. که باعث افزایش فشار سیال میان حفره‌ای می‌شود.

ورودی از معادله فشار به تنش موثر با مقدار بیشتری تبدیل شود. همچنین با توجه به اینکه بالا و پایین پهنه دارای لایه‌های کم تراوا هستند، میزان کرنش‌های خمیری نیز افزایش پیدا می‌کند. همچنین جهت بررسی دقیق‌تر تغییر شکل‌ها، کرنش ناشی از الگوی ارتقا یافته در نقاط $A(11)$ و $B(44)$ در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱- تغییر شکل در مخزن در نقاط A و B

شکل ۱۱ نشان می‌دهد که در محدوده چاه تزریق با توجه به شبیه‌سازی کشسان خمیری، میزان تغییر شکل‌ها بیشتر خواهد بود. تنش در این ناحیه ابتدا در حالت میانه بین سطح زیر بارگذاری و سطح تسلیم است اما با توجه به جنس مخزن و همچنین میزان تزریق در پهنه این میزان تنش افزایش یافته و به حالت حدی نزدیک می‌شود. در نتیجه تغییر شکل‌ها به صورت خطی طی نمی‌شوند. در اطراف چاه و پس از گذشت مدت زمانی و با توجه به قابلیت تحرک فازی پس از اینکه تغییر شکل‌ها به میزان ثابتی رسید نشست در حدود ۵ میلی‌متر در سطح دیده می‌شود. در ادامه مشاهده می‌شود که با توجه به شرایط فشار همه جانبه و هیدرواستاتیک، مخزن دچار گسیختگی نشده اما میزان تغییر شکل‌های خمیری آن در حدود ۵۰ درصد از تغییر شکل کشسان بیشتر است.

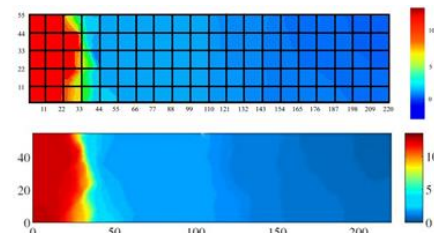
۳- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارتقای مدل چند مقیاسی چند فیزیکی ترکیبی ژئومکانیکی بیان گردید. این ارتقا در راستای ایجاد امکان شبیه‌سازی تغییر شکل‌های خمیری و کشسان خمیری در انواع سنگ‌ها که بستر اصلی مخازن نفتی هستند صورت گرفت. برای این منظور ابتدا اصلاحاتی در ساختار معادلاتی الگو صورت گرفت و به یک الگوی کرنش کنترل تبدیل شد. سپس الگوی یکپارچه کشسان خمیری با استفاده از مفاهیم سطح زیر بارگذاری و سطح پیرامونی انتخاب گردید. در فرمول‌بندی بخش خمیری و کشسان خمیری از قانون اتساع، رفتار انتقال فازی و قانون جریان ناهمراه استفاده شد. جهت هماهنگی الگو با مدل پایه، مدل کرنش کنترل شده و ورودی به بخش خمیری تغییر شکل بود. بعد از تحلیل، بخش خمیری در اندرکنش با فاز سیال تغییر شکل‌ها را معادله تعادل بازگرداند.

۲-۸- مسئله حرکت سیال در محیط ناهمگن پنج نقطه‌ای

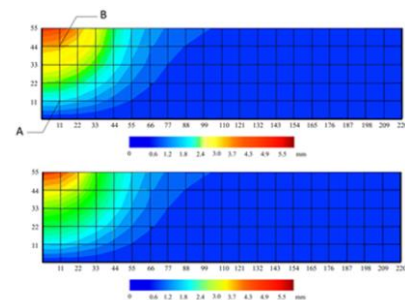
تغییر شکل پذیر

برای مسئله بعدی این بار صحت کارایی الگوی در محیط ناهمگن متخلخل با تغییر شکل پذیری بالا مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسئله اولین بار توسط بلانت در سال ۲۰۰۱ مطرح شد که در آن تزریق آب در لایه بالایی SPE10 صورت می‌گیرد. لایه ذکر شده به صورت سازند تاربرت می‌باشد. مقدار توزیع نفوذپذیری مطلق با میانگین و واریانس به ترتیب معادل ۲,۳۵ و ۵,۶۶ در طول پهنه است. در ادامه کانتور فشار برای پهنه رسم شده است.



شکل ۹- شبیه‌سازی کانتور فشار در الگوی ارتقا یافته (شکل بالا) و در ریز مقیاس (پایین) پس از 0.132PVI

همانطور که در شکل ۹ و در کانتور فشار نشان داده شده، مسیر دارای کمترین نفوذپذیری توسط سیال طی شده است. همچنین این مسیر از بالا و پایین دارای سطح کم تراوا است. در نتیجه وجود این سطح کم تراوا تمرکز فشار در ابتدای پهنه صورت گرفته است. در شکل ۱۰ تغییر مکان‌های صورت گرفته در محیط ناهمگن رسم شده است.



شکل ۱۰- شبیه‌سازی تغییر مکان در الگوی ارتقا یافته (شکل بالا) و در ریز مقیاس (پایین) پس از 0.132PVI

شکل ۱۰ تغییر شکل‌های موجود در پهنه را نشان می‌دهد. مدل‌سازی با الگوی ارتقا یافته نشان می‌دهد که میزان تنش در اطراف چاه تزریق افزایش پیدا کرده و سطح زیر بارگذاری به سطح تسلیم نزدیک‌تر می‌شود. همچنین فراسنج R در معادله تنش و در دستگاه معادلات کرنش دچار تغییر بیشتری شده و باعث می‌شود تنش

همچنین برای همگرایی بهتر دستگاه‌های معادلات تشکیل شده در طول فرایند مدل‌سازی از روش ضمنی استفاده شد. همچنین از حلقه نیوتن رافسون اصلاح شده برای بالا رفتن سرعت همگرایی و حل معادلات استفاده شد. به منظور صحت سنجی الگو ابتدا مدل در محیط همگن همراه با تزریق آب آزمایش شد و تغییر فشار بر پهنه محیط رسم گردید. پس از آن الگو در محیط همگن تغییر شکل پذیر پنج نقطه‌ای آزمایش شد. نتایج حاصله از شبیه‌سازی دقت مطلوبی را در کارایی الگو در مدل‌سازی تغییر شکل‌ها در طول پهنه نمایش داد. در ادامه صحت الگو در محیط بسیار متخلخل ناهمگن سنجیده شد. در این مسئله نیز کانتور فشار بر پهنه و همچنین نمودار تغییر شکل‌های نقطه‌ای رسم گردید که نشان‌گر صحت مدل‌سازی الگو در توزیع فشار در پهنه، تاثیر فشار و چاه تزریق بر تغییر شکل مخزن و همچنین رفتار سنگ مخزن پس از گذشت زمان داشت. دقت و همگرایی مدل در خروجی جواب در کرنش‌های بزرگ و کوچک نیز به طور مطلوبی تضمین شد.

۴- فهرست نمادها

نماد	شرح
kr_{α}	نفوذپذیری نسبی فاز
$\dot{m}_{\alpha}$	چشمه و چاهک فاز
N_u	تابع شکل
A	مساحت سلول‌های ریز مقیاس
B_{α}	ضریب تشکیل حجمی فاز
C_c	ضریب تراکم‌پذیری
D_e	ماتریس کشسانی
D_{ep}	ماتریس کشسان خمیری
E	مدول کشسانی
L	مشقت مماسی سازگار اسکلت خاکی
K	ماتریس نفوذپذیری مطلق
$\tilde{n}^h$	بردار واحد عمود بر سطح
p	فشار سیال
p'	فشار ریزمقیاس ناپایستار
p''	فشار ریزمقیاس پایستار
p_f	فشار تحلیل ریزمقیاس
S_{α}	درجه اشباع فاز
u	بردار تغییر شکل فاز جامد
v_{α}	سرعت فازهای سیال
v_s	سرعت فاز جامد
W_u^t	بردار ضرایب وزنه پهنه
$\tilde{W}_u^t$	بردار ضرایب وزنه مرزها
$d\varepsilon$	بردار تغییرات کرنش کل

 $d\varepsilon^p$ F $d\lambda$ Q ε_v ε_q ε_I ε_3 M N R $d\varepsilon_v^p$ p' γ ε ρ_{α} Φ_k^h Φ^h Ω_k Ω^h ϕ v μ_{α} σ' λ_{α}

بردار تغییرات کرنش خمیری

تابع تسلیم

ضریب خمیری در قانون جریان

تابع پتانسیل خمیری

کرنش حجمی

کرنش تفاضلی

کرنش محوری

کرنش شعاعی

شیب خط حالت بحرانی

مشخص‌کننده شکل سطح تسلیم

تنظیم‌کننده نقطه برخورد خط

حالت بحرانی با سطح تسلیم

تغییرات کرنش حجمی خمیری

تنش موثر میانگین

محدوده همگرایی

بردار کرنش‌های فاز جامد

دانسیتته فازهای سیال

ماتریس توابع پایه‌ای

ماتریس توابع اصلاحی

بردار سلول‌های درشت

بردار سلول‌های کمکی

تخلخل

ضریب پواسون فاز جامد

گرانروی فاز

ماتریس تنش موثر

ماتریس قابلیت تحرک فازهای

سیال

۵- منبع‌ها

- [1] Aarnes, J. E., Kippe, V., Lie, K. A., & Rustad, A. B. (2007). Modelling of multiscale structures in flow simulations for petroleum reservoirs. In Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization (pp. 307-360). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [2] Kanoute, P., Boso, D. P., Chaboche, J. L., & Schrefler, B. A. (2009). Multiscale methods for composites: a review. Archives of Computational Methods in Engineering, 16(1), 31-75.
- [3] Zohdi, T. I. (2017). Homogenization methods and multiscale modeling. Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition, 1-24.
- [4] Zhang, H., & Liu, H. (2014). A multiscale computational method for 2d elastoplastic dynamic analysis of heterogeneous materials. International Journal for Multiscale Computational Engineering, 12(2).

finite-volume method for density-driven flow in porous media. *Computational Geosciences*, 12(3), 337-350.

[۱۸] طاهری احسان، ۱۳۹۳، مدل‌سازی چند مقیاسی حرکت نفت در محیط متخلخل تغییرشکل پذیر، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

[19] Sadrnejad, S. A., Ghasemzadeh, H., & Taheri, E. (2014). Multiscale multiphysic mixed geomechanical model in deformable porous media. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 12(6).

[20] Taheri, E., Sadrnejad, S. A., & Ghasemzadeh, H. (2015). Multiscale geomechanical model for a deformable oil reservoir with surrounding rock effects. *International journal for multiscale computational engineering*, 13(6).

[۲۱] صنایع‌پسند محمد، ۱۳۹۸، مدل‌سازی حرکت نفت در محیط متخلخل الاستوپلاستیک به روش چند مقیاسی و مش‌بندی تطبیقی، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

[۲۲] مقدم سید ایمان، ۱۳۹۷، مدل‌سازی رفتاری دینامیکی یکپارچه جهت برآورد تغییر مکان‌ها در حفاری زیرزمینی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس

[۲۳] امیری سید علی قریشیان، ۱۳۹۱، مدل‌سازی هیدرولیکی - حرارتی مخازن نفت سیاه تغییر شکل پذیر، پایان‌نامه دکتری، دانشکده عمران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

[۲۴] مقدم سیدایمان، طاهری احسان، احمدی مرتضی (۱۳۹۷). "مدل‌سازی رفتار خاک با استفاده از مدل یکپارچه رس و ماسه به روش ضمنی اولیه". هفتمین کنفرانس مهندسی معدن ایران و پنجمین کنگره بین‌المللی معدن و صنایع معدنی ایران، تهران.

[۲۵] مقدم سیدایمان، طاهری احسان، احمدی مرتضی، قریشیان امیری سیدعلی (۱۳۹۷). "پیش‌بینی رفتار روانگرایی در خاک ماسه‌ای با استفاده از مدل یکپارچه به روش ضمنی". کنفرانس بین‌المللی عمران، معماری و مدیریت توسعه شهری در ایران، تهران.

[26] Sadrnejad, S. A., Ghasemzadeh, H., & Taheri, E. (2013). Multiscale advance features in modeling oil transport in porous media. In 21st Annual Int. Conf. Mechanical Engineering-ISME.

[27] Weinan, E. (2011). *Principles of Multiscale Modeling* Cambridge University Press.

[28] Durlofsky, L. J. (1991). Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media. *Water resources research*, 27(5), 699-708.

[5] Turner, A. K. (Ed.). (2012). *Three-dimensional modeling with geoscientific information systems* (Vol. 354). Springer Science & Business Media.

[6] Mohaghegh, S., Arefi, R., Ameri, S., Aminiand, K., & Nutter, R. (1996). Petroleum reservoir characterization with the aid of artificial neural networks. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 16(4), 263-274.

[7] Durlofsky, L. J. (2003, June). Upscaling of geocellular models for reservoir flow simulation: a review of recent progress. In 7th International Forum on Reservoir Simulation Bühl/Baden-Baden, Germany (pp. 23-27). Citeseer.

[8] Wen, X. H., Durlofsky, L. J., & Edwards, M. G. (2003). Use of border regions for improved permeability upscaling. *Mathematical Geology*, 35(5), 521-547.

[9] Warren, J. E., & Price, H. S. (1961). Flow in heterogeneous porous media. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1(03), 153-169.

[10] Hou, T. Y., & Wu, X. H. (1997). A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media. *Journal of computational physics*, 134(1), 169-189.

[11] Jenny, P., Lee, S. H., & Tchelepi, H. A. (2003). Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation. *Journal of computational physics*, 187(1), 47-67.

[12] Jenny, P., Lee, S. H., & Tchelepi, H. A. (2005). Adaptive multiscale finite-volume method for multiphase flow and transport in porous media. *Multiscale Modeling & Simulation*, 3(1), 50-64.

[13] Jenny, P., Lee, S. H., & Tchelepi, H. A. (2006). Adaptive fully implicit multi-scale finite-volume method for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media. *Journal of Computational Physics*, 217(2), 627-641.

[14] Lee, S. H., Wolfsteiner, C., & Tchelepi, H. A. (2008). Multiscale finite-volume formulation for multiphase flow in porous media: black oil formulation of compressible, three-phase flow with gravity. *Computational Geosciences*, 12(3), 351-366.

[15] Jenny, P., & Lunati, I. (2009). Modeling complex wells with the multi-scale finite-volume method. *Journal of Computational Physics*, 228(3), 687-702.

[16] Lee, S. H., Zhou, H., & Tchelepi, H. A. (2009). Adaptive multiscale finite-volume method for nonlinear multiphase transport in heterogeneous formations. *Journal of Computational Physics*, 228(24), 9036-9058.

[17] Lunati, I., & Jenny, P. (2008). Multiscale

9036-9058.

- [42] Settari, A., & Mourits, F. M. (1994). Coupling of Geomechanics and Reservoir Simulation Models. Proc. Of the 8th Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics. Morgantown, West Virginia, 2097-2158.
- [43] Sadrnejad S. A., Ghasemzadeh H, Ghoreishian Amiri S. A., Montazeri, G. H. (2012). A control volume base finite element method for simulating incompressible two-phase flow in heterogeneous porous media and its application to reservoir engineering. *Pet. Sci.*, 485-497.
- [44] Hashiguchi, K. (2017). Foundations of elastoplasticity: Subloading surface model (pp. 235-256). New York, NY: Springer.
- [45] Hu, C., & Liu, H. (2015). A new bounding-surface plasticity model for cyclic behaviors of saturated clay. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 22(1-3), 101-119.
- [46] Khalili, N., Habte, M. A., & Valliappan, S. (2005). A bounding surface plasticity model for cyclic loading of granular soils. *International journal for numerical methods in engineering*, 63(14), 1939-1960.
- [47] Prevost, J. H. (1978). Plasticity theory for soil stress-strain behavior. *ASCE J Eng Mech Div*, 104(5), 1177-1194.
- [48] Yu, H. S. (2007). Plasticity and geotechnics (Vol. 13). Springer Science & Business Media.
- [49] Hashiguchi, K., & Chen, Z. P. (1998). Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22(3), 197-227.
- [29] Hajibeygi, H., Bonfigli, G., Hesse, M. A., & Jenny, P. (2008). Iterative multiscale finite-volume method. *Journal of Computational Physics*, 227(19), 8604-8621.
- [30] Dehkordi, M. M., & Manzari, M. T. (2013). A multi-resolution multiscale finite volume method for simulation of fluid flows in heterogeneous porous media. *Journal of Computational Physics*, 248, 339-362.
- [31] Hajibeygi, H., & Jenny, P. (2011). Adaptive iterative multiscale finite volume method. *Journal of Computational Physics*, 230(3), 628-643.
- [32] Hajibeygi, H. (2011). Iterative multiscale finite volume method for multiphase flow in porous media with complex physics (Doctoral dissertation, ETH Zurich).
- [33] Aarnes, J. E. (2004). On the use of a mixed multiscale finite element method for greater flexibility and increased speed or improved accuracy in reservoir simulation. *Multiscale Modeling & Simulation*, 2(3), 421-439.
- [34] Conrad, H., & Narayan, J. (2000). On the grain size softening in nanocrystalline materials. *Scripta materialia*, 42(11), 1025-1030.
- [35] Efendiev, Y., & Hou, T. Y. (2009). Multiscale finite element methods: theory and applications (Vol. 4). Springer Science & Business Media.
- [36] Lunati, I., & Jenny, P. (2006). Multiscale finite-volume method for compressible multiphase flow in porous media. *Journal of Computational Physics*, 216(2), 616-636.
- [37] Tchelepi, H. A., Jenny, P., Lee, S. H., & Wolfsteiner, C. (2007). Adaptive multiscale finite-volume framework for reservoir simulation. *SPE Journal*, 12(02), 188-195.
- [38] Lunati, I., & Jenny, P. (2007). Treating highly anisotropic subsurface flow with the multiscale finite-volume method. *Multiscale Modeling & Simulation*, 6(1), 308-318.
- [39] Hajibeygi, H., & Jenny, P. (2009). Multiscale finite-volume method for parabolic problems arising from compressible multiphase flow in porous media. *Journal of Computational Physics*, 228(14), 5129-5147.
- [40] Dehkordi, M. M., & Manzari, M. T. (2013). Effects of using altered coarse grids on the implementation and computational cost of the multiscale finite volume method. *Advances in Water Resources*, 59, 221-237.
- [41] Lee, S. H., Zhou, H., & Tchelepi, H. A. (2009). Adaptive multiscale finite-volume method for nonlinear multiphase transport in heterogeneous formations. *Journal of Computational Physics*, 228(24),